

**PROPUESTA DE TRABAJO DE FIN DE MÁSTER**  
**MÁSTER EN MATEMÁTICAS AVANZADAS**

**Director(es):** Ángel González-Prieto

**Tutor UCM:** Enrique Arrondo Esteban

**Alumno(a):** Sergio Cuesta Martínez

**Curso:** 2020/2021

**Título:** La geometría de la transformada de Fourier-Mukai

**Resumen:** La transformada de Fourier-Mukai es una poderosa herramienta álgebra-geométrica que, inspirada por su contrapartida analítica, permite comprender la geometría de los haces sobre una variedad algebraica. En particular, formulada como un functor entre las categorías derivadas de haces coherentes de dos variedades proyectivas [4], la transformada de Fourier-Mukai ha permitido analizar y abordar diversos problemas de dualidad en contextos muy generales.

Más allá de su aplicación clásica para comprender la dualidad en variedades abelianas [4], esta herramienta constituye un área de investigación muy activa en geometría algebraica. Por mencionar algunos de los trabajos en este sentido, la transformada de Fourier-Mukai ha sido reinterpretada en términos de transformaciones diferenciales para conexiones ASD mediante operador de Dirac [1], ha sido empleada para construir propuestas de dualidad en Mirror Symmetry [3] y está íntimamente relacionada con la construcción de Teorías Topológicas de Campos Cuánticos [2].

El objetivo de este trabajo es estudiar y comprender las múltiples facetas de la transformada de Fourier-Mukai, así como asimilar los conceptos necesarios para su correcta formulación y análisis. En particular, el estudiante deberá estudiar la construcción de categorías trianguladas y derivadas, así como sus funtores derivados, con especial énfasis en la categoría de haces cuasi-coherentes en una variedad proyectiva. Asimismo, el trabajo buscará analizar las diversas aplicaciones de esta herramienta en múltiples contextos geométricos.

[1] Donaldson, S. K., & Kronheimer, P. B. (1997). *The geometry of four-manifolds*. Oxford University Press.

[2] González-Prieto, Á. (2020). Virtual classes of parabolic  $SL_2(\mathbb{C})$ -character varieties. *Advances in Mathematics*, 368, 107148.

[3] Hitchin, N. (2016). Higgs bundles and characteristic classes. In *Arbeitstagung Bonn 2013* (pp. 247-264). Birkhäuser, Cham.

[4] Mukai, S. (1981). Duality between  $D(X)$  and  $D(\hat{X})$  with its application to Picard sheaves. *Nagoya Mathematical Journal*, 81, 153-175.