

PROPUESTA DE TRABAJO FIN DE MÁSTER MÁSTER EN MATEMÁTICAS AVANZADAS

Director(es): Fabricio Macià Lang

Tutor UCM: Daniel Azagra Rueda

Alumno: Santiago Verdasco Ramos

Curso: 2020-21

Título del trabajo que se propone: Límites cuánticos

Resumen: Los límites cuánticos de un Laplaciano en una variedad Riemanniana o, más generalmente, de un operador de Schrödinger con resolvente compacta, son puntos de acumulación, en la topología débil de las medidas, de sucesiones de densidades de posición (módulos al cuadrado) de autofunciones del operador cuyas correspondientes sucesiones de autovalores tienden a infinito.

Son, por tanto, medidas que codifican en qué regiones de la variedad se puede acumular la masa de una sucesión de autofunciones en el límite de las altas frecuencias. Caracterizar estas medidas es un problema difícil: por ejemplo, en el caso de superficies de curvatura negativa, este problema se conoce como la conjetura de Única Ergodicidad Cuántica. Lindenstrauss recibió su medalla Fields en 2010 en parte por sus contribuciones en la resolución de esta conjetura, que a día de hoy sigue abierta.

El objetivo de este trabajo fin de máster es doble: por una parte se estudiarán las herramientas de teoría espectral, análisis microlocal y operadores pseudo-diferenciales necesarias para describir los resultados sobre límites cuánticos para variedades generales, sin hipótesis sobre la dinámica del flujo geodésico. Por otra parte, se aplicarán estas técnicas al estudio del caso de sistemas completamente integrables en dimensión dos, como los toros bidimensionales o los osciladores armónicos.