Ángel González Prieto
Universidad Complutense de Madrid

Cuantizando la teoría de representaciones

La teoría de representaciones es una de las herramientas más potentes conocidas para estudiar la estructura de un grupo. En los casos más simples, como representaciones de grupos finitos o grupos de Lie compactos, la teoría es razonablemente sencilla: todas las representaciones se construyen como suma directa de representaciones irreducibles, las cuales forman un conjunto discreto.

Sin embargo, si consideramos un grupo finitamente presentado arbitrario, la situación se vuelve mucho más compleja. En efecto, en lugar de una colección discreta de representaciones irreducibles, aparece todo un espacio de móduli de representaciones irreducibles con una topología muy compleja. Tan intrincada llega a ser esta geometría que, en el caso de representaciones de grupos de superficie, estos espacios de móduli están íntimamente relacionados, mediante la correspondencia de Hodge no abeliana, con los espacios de móduli de conexiones planas y de fibrados de Higgs sobre una superficie de Riemann.

En esta charla, hablaremos de todos estos conceptos y sus repercusiones en geometría aritmética y mirror symmetry. Asimismo, introduciremos una potente herramienta importada de la física teórica que nos permite analizar los espacios de móduli de representaciones: las Teorías Topológicas de Campos Cuánticos (TQFTs). Como explicaremos, es posible construir una TQFT que codifica el motivo de Grothendieck de las variedades de representaciones, incluso en el caso parabólico. Si el tiempo lo permite, veremos cómo estas TQFTs pueden ser usadas para dar un método efectivo de cálculo de motivos de Grothendieck, llegando incluso a recuperar técnicas aritméticas en el caso de grupos finitos.