

PROPUESTA DE TRABAJO DE FIN DE MÁSTER
MÁSTER EN MATEMÁTICAS AVANZADAS

Director(es): Marco Castrillón López y Javier Lafuente López

Tutor UCM: (sólo en caso de que no haya ningún director de la UCM)

Alumno(a): Carla Benítez García

Curso: 2023-24

Título: Métricas Lorentz-Riemann que cambian transversalmente de signatura

Resumen:

Un tensor simétrico g de tipo $(0,2)$ en una variedad M se dice que cambia transversalmente de signatura, si en torno a cada punto x donde es degenerada, existe un sistema de coordenadas que verifica que la diferencial de la función $\det(g_{ij})$ en el punto no se anula. Esta condición implica que el conjunto Σ en donde g es degenerada, es una hipersuperficie, la signatura cambia en una unidad al atravesarla y se pide que el radical unidimensional en cada $x \in \Sigma$ sea siempre transverso a la hipersuperficie. En estas condiciones Kossowski prueba que por cada punto de Σ atraviesa una única pregeodésica en la dirección del radical, y con esto construye en torno al punto, una carta en donde la métrica se escribe de la forma $g = \Sigma g_{ij} dx_i dx_j + z dz^2$. A partir de aquí, surgen diversos problemas de extendibilidad de curvaturas y geodésicas de las componentes semiriemannianas al atravesar la hipersuperficie singular. El objeto de este trabajo es inicialmente dar una descripción autocontenida acerca del estudio geométrico de estas métricas de signo cambiante y estudiar algunos problemas de extensión de geodésicas y curvatura.

Referencias:

M. Kossowski, M. Kriele., Transverse, type changing, pseudo riemannian metrics and the extendability of geodesics, Proc. R. Society A, 444:297-306, 1994.

B. O'Neil, Semi-Riemannian Geometry With Applications to Relativity, Academic Press, 1983.