

1.- Titulación para la que se ofrece el TFM: Máster de Matemáticas Avanzadas

2.- Título del TFM: Geometría tórica y singularidades

3.- Descripción del TFM (objetivos, metodología):

Este TFM está pensado como una introducción a algunos temas de la geometría algebraica, mediante el estudio de las variedades tóricas y sus aplicaciones al estudio de las singularidades, complementando lo estudiado en las asignaturas del máster.

Uno de los objetivos principales es mostrar una clase de singularidades de hipersuperficies “no degeneradas” con respecto a su poliedro de Newton, y probar que admiten una resolución sumergida mediante un morfismo tórico.

Como referencias para las nociones de geometría algebraica se pueden consultar [CLO], [S], [Har], [Has] y [E], para la parte de convexidad combinatoria [E], para la descripción de las variedades tóricas se puede consultar [E], [O], [F] y [CLS].

Como referencias para la parte de las hipersuperficies no degeneradas con respecto a su poliedro de Newton [M], [T] y [AGS].

Los temas a tratar incluyen:

- a) Nociones básicas de geometría algebraica: Descripción de conjuntos algebraicos, teorema de la base y teorema de los ceros, irreducibilidad, topología de Zariski, dimensión, variedades afines y proyectivas, variedades normales, morfismos, funciones regulares en un punto, anillos de coordenadas, cuerpos de funciones, morfismos de variedades afines y homomorfismos de álgebras, aplicaciones racionales, explosiones, puntos singulares y lisos, lugar singular de una variedad.
- b) Conos poliédricos convexos racionales y sus duales. Caras y facetas. Semigrupos asociados. Para esta parte se recomienda [E] o [CLS].
- c) Álgebras de semigrupos y variedades tóricas afines. Inmersiones en el espacio afín. Normalidad y saturación. Variedades tóricas afines lisas y conos regulares. Morfismos de variedades tóricas afines. Caras y abiertos afines invariantes. Variedades tóricas lisas y conos regulares. Acción del toro y descripción de las órbitas. Lugar singular.
- d) Variedades tóricas normales y abanicos. Propiedades básicas. Morfismos de variedades tóricas normales inducidos por una subdivisión de un abanico. Explosiones. Existencia de subdivisiones regulares. Resolución de singularidades. Resolución de superficies tóricas normales.
- e) Ideales polinómicos y no degeneración. Hipersuperficies no degeneradas con respecto a su poliedro de Newton y resolución de sus singularidades con un morfismo tórico. Como referencias básicas para esta parte se emplearán [M], [T] y [AGS].

A lo largo del curso se realizarán reuniones periódicas para evaluar el progreso del estudiante. En función del progreso realizado se pueden seleccionar parte de los temas a desarrollar en el trabajo.

Bibliografía básica:

- [AGS] Aroca, F., Gómez-Morales, M., Shabbir, K., Torical modification of Newton non-degenerate ideals, *Rev. R. Acad. Cienc. Exactas Fís. Nat. Ser. A Mat. RACSAM*, 107 (1), 2013, pag 221-239.
- [CLO] Cox, D.A, Little, J., O’Shea, D., *Ideals, Varieties, and Algorithms*, Undergraduate Text in Mathematics, Springer-Verlag, 2007.
- [CLS] Cox, D.A.; Little, J.B.; Schenck, H.K., *Toric varieties*. Graduate Studies in Mathematics, 124. American Mathematical Society, Providence, RI, 2011.
- [E] Ewald, G. *Combinatorial Convexity and Algebraic Geometry*, Springer, 1996.
- [Har] Hartshorne, R., *Algebraic Geometry*, Springer, 1997.
- [Has] B. Hassett, *Introduction to Algebraic Geometry*, Cambridge University Press, 2007.
- [F] Fulton, W., *Introduction to toric varieties*, Princenton Univ. Press., 1993.
- [M] Merle, M., Polyèdre de Newton, éventail et désingularisation, d'après A. G. Kouchnirenko; en *Séminaire sur les Singularités des Surfaces*. Lecture Notes in Math., [777](#) Springer, Berlin, 1980, pag. 289–294
- [O] Oda, T., *Convex bodies and algebraic geometry*. Springer-Verlag, Berlin, 1988.
- [S] Karen E. Smith, Lauri Kahanpää, Pekka Kekäläinen, William Traves, *An Invitation to Algebraic Geometry*, Universitext, 2000.
- [T] B. Teissier, [Monomial ideals, binomial ideals, polynomial ideals](#). Trends in commutative algebra, 211--246, *Math. Sci. Res. Inst. Publ.*, 51, Cambridge Univ. Press, Cambridge, 2004.

4.- Tutor/es: Pedro D. González Pérez

5.- Requisitos (si procede)

6.- Número de plazas: 1

7.- Nombre del alumno (en su caso): Luis Esquivias Quintero