

PROPUESTA DE TRABAJO DE FIN DE MÁSTER
MÁSTER EN MATEMÁTICAS AVANZADAS

Director(es): Elías Baro González

Alumno(a): Pablo Gómez Morales

Curso: 2024-2025

Título: El Teorema de Gabrielov a través de la eliminación de cuantificadores.

Resumen: A comienzos de los años 50, Tarski [5] demostró que la teoría de los cuerpos realmente cerrados tenía eliminación de cuantificadores. Como consecuencia, la colección de conjuntos semialgebraicos (es decir, aquellos descritos por igualdades y desigualdades polinómicas) permanece cerrada bajo operaciones booleanas y por proyecciones. Los conjuntos semianalíticos (aquellos descritos localmente por igualdades y desigualdades analíticas) forman la generalización más inmediata de los conjuntos semialgebraicos, pero sin embargo no son cerrados bajo proyecciones (Osgood). Por ese motivo, Lojasiewicz [4] introduce la colección de los conjuntos subanalíticos (intuitivamente, aquellos que localmente son la proyección de un semianalítico acotado), siendo Gabrielov [2] quien demostró que esta nueva colección es cerrada por complementos.

En este trabajo, estudiaremos la demostración que proporcionaron van den Dries y Denef [1] del Teorema de Gabrielov usando Teoría de modelos. También se estudiarán propiedades básicas [3] de los conjuntos semianalíticos, las cuales proporcionarán (junto con el Teorema de Gabrielov) una demostración de que la expansión de los números reales con las funciones analíticas restringidas es una estructura o-minimal.

- [1] J. Denef, L. van den Dries: p-adic and real subanalytic sets. Ann. of Math. (2) 128 (1988), no. 1, 79-138.
- [2] A. M. Gabrielov: Projections of semi-analytic sets. Funkcional. Anal. i Priložen. 2:4 (1968), 18-30. In Russian; translated in Functional Anal. Appl. 2 (1968), 282-291.
- [3] K. Kurdyka, S. Lojasiewicz y M.A. Zorro: Stratifications Distinguées comme outil en géométrie semi-analytique. Manuscripta math., vol. 86, pages 81-102, 1995.
- [4] S. Lojasiewicz: Ensembles semi-analytiques. Notes, Inst. Hautes Études Sci., Bures-sur-Yvette, 1964.
- [5] A. Tarski: A decision method for elementary algebra and geometry. 2nd ed., Berkeley and Los Angeles, 1951.