

PROPUESTA DE TRABAJO DE FIN DE MÁSTER
MÁSTER EN MATEMÁTICAS AVANZADAS

Director: Imanol Mozo Carollo (UPV/EHU)

Tutor UCM: Jaime Jorge Sánchez Gabites

Alumno: Ander Apraiz Solaguren

Curso: Máster en Matemáticas Avanzadas (2024/25)

Título: Introducción a la topología sin puntos

Resumen: En topología sin puntos los espacios están representados por frames o locales, retículos completos en los que los ínfimos finitos distribuyen sobre supremos arbitrarios. Esta noción generaliza los retículos de abiertos de los espacios clásicos y contiene la información suficiente como para reconstruir la topología clásica y generalizarla a un contexto notablemente más amplio. Para ello se hace un uso intensivo de técnicas categóricas y de teoría de retículos. En muchos casos la topología sin puntos nos proporciona resultados más satisfactorios, demostraciones más transparentes e incluso versiones constructivas de resultados clásicos fuertemente no constructivos. Dado que ni a nivel de grado ni de máster se ven contenidos relacionados, el objetivo de este trabajo es introducirse en el tema, comenzando por las herramientas previas necesarias (conexiones de Galois, álgebras de Heyting, fundamentos de teoría de categorías...) y a partir de aquí estudiar la categoría de frames y su relación con la categoría de espacios clásicos, axiomas de separación, sublocales, compacidad y compactificaciones...

La bibliografía básica será:

- Picado, J., & Pultr, A. (2011). Frames and Locales: topology without points. Springer Science & Business Media.
- Picado, J., & Pultr, A. (2021). Notes on point-free topology. New Perspectives in Algebra, Topology and Categories: Summer School, Louvain-la-Neuve, Belgium, September 12-15, 2018 and September 11-14, 2019, 173-223.
- Johnstone, P. T. (1983). The point of pointless topology. Bulletin of the American Mathematical Society, 8(1), 41-53.