

**PROPUESTA DE TRABAJO DE FIN DE MÁSTER**  
**MÁSTER EN MATEMÁTICAS AVANZADAS**

**Director:** Oscar García Prada (ICMAT-CSIC)

**Tutora UCM:** Marina Logares Jiménez

**Alumno:** Manuel Timiraos López

**Curso:** 2024-2025

**Título:** Ecuaciones de Vafa-Witten y reducción dimensional

**Resumen:** Las ecuaciones de Vafa-Witten son ecuaciones gauge definidas en un fibrado vectorial hermitico  $E$  sobre una variedad Riemanniana spin  $M$  de dimensión 4. Las ecuaciones involucran una conexión en  $E$  y un spinor a valores en el fibrado adjunto de  $E$ .

En este trabajo consideraremos el caso en el que  $M$  tiene una estructura Kahleriana, en otras palabras,  $M$  es una superficie compleja Kahleriana. En esta situación, el teorema de existencia de soluciones se obtiene como caso particular del trabajo de Álvarez-Cónsul y García-Prada 'Hitchin-Kobayashi Correspondence, Quivers, and Vortices' Commun. Math. Phys. 238, 1-33 (2003).

La propuesta de este trabajo consiste en estudiar la reducción dimensional de las ecuaciones de Vafa-Witten en el caso en el que  $M = X \times S$ , donde  $X$  es una superficie de Riemann compacta y  $S$  es la esfera de Riemann. En esta situación consideramos la acción de  $SU(2)$  en  $M$  dada por la acción trivial en  $X$  y la acción natural en  $S = SU(2)/U(1)$ . Consideramos un fibrado  $E$  sobre  $M$   $SU(2)$ -equivariante. Estos fibrados han sido clasificados por Álvarez-Consul y García-Prada en International Journal of Mathematics, Vol. 12, No. 2 (2001) 159-201. Se trata entonces de estudiar las soluciones  $SU(2)$ -invariantes y analizar cuáles son las ecuaciones resultantes en  $X$ .