
 DE LA ARITMÉTICA AL ANÁLISIS:

HISTORIA Y DESARROLLO

 RECIENTES EN MATEMÁTICAS



Coordinadores: Roberto Rodríguez del Río y Enrique Zuazua

Editorial: Secretaría General Técnica
Subdirección General de Información y Publicaciones

Ministerio de Educación y Ciencia

Año de publicación: 2004

ISBN: 84-369-3845-3

Este libro es una obra colectiva que reúne siete artículos firmados por distintos autores. Como dicen los coordinadores en la introducción, el objetivo de esta obra es el de proporcionar a los Profesores de Matemáticas de Enseñanza Secundaria la posibilidad de actualizar sus conocimientos científicos a través del contacto con algunas cuestiones relacionadas con los grandes bloques temáticos de los nuevos currícula de Matemáticas en la Enseñanza Secundaria.

Los siete artículos los podemos clasificar en tres grupos. En el primero irían los escritos por José M. Arrieta, Tomás Recio y Laureano González-Vega y Antonio Cuevas. Cada uno de ellos está centrado en una de las tres grandes áreas en que las se puede dividir las Matemáticas de Secundaria: Análisis, Álgebra y Geometría y Estadística. El segundo incluiría los trabajos de Agustín Muñoz y Roberto Rodríguez del Río, dedicados a dos herramientas informáticas: la *web* y Mat-Lab. El último grupo lo constituirían los artículos de Juan Luis Vázquez y de Enrique Zuazua. El primero de éstos trata de las Matemáticas y su relación profunda con las otras ciencias y la tecnología, y el segundo de las Matemáticas del control, del reto de mejorar la realidad. Ni que decir tiene que, salvo los del segundo grupo por las características de su contenido, todos los trabajos siguen lo enunciado en el título: historia y desarrollos recientes.

A continuación vamos a comentar cada uno de los artículos en el orden en que los hemos citado.

El Cálculo y la modelización matemática. José M. Arrieta

En la Enseñanza Secundaria puede parecer que el Cálculo consiste en definir las funciones, y hacer todo lo que se pueda con ellas: derivar, integrar, hallar sus máximos, sus mínimos, dibujar su gráfica, etc. Luego se buscan aplicaciones a lo hecho. Algo similar puede ocurrir con los cursos de Ecuaciones Diferenciales en los estudios universitarios: se introducen distintas ecuaciones diferenciales, pero en este caso la cuestión es hallar su solución.

El objetivo de este artículo es presentar una visión más unificadora del Cálculo, las Ecuaciones Diferenciales y de la Modelización Matemática, entendida esta última como la obtención de modelos matemáticos de fenómenos del mundo real.

Para ello, José M. Arrieta esboza un recorrido con tres etapas. La primera son unas notas sobre los orígenes del Cálculo, con especial énfasis en los problemas que se estaban abordando.

do en los siglos XVI y XVII. En la segunda desarrolla algunos modelos de la Mecánica (el péndulo, su relación con la construcción de relojes de precisión, movimiento planetario), que se encuentran íntimamente relacionados con la aparición del Cálculo. En la tercera se presenta una aplicación de la Matemáticas a la Biología, en concreto la dinámica de poblaciones (crecimiento exponencial, migraciones, modelo depredador-presa). Por último, en lo que respecta a desarrollos recientes, Arrieta dedica una sección a los Sistemas Dinámicos (soluciones estacionarias, órbitas periódicas, estabilidad, comportamiento asintótico).

Una introducción al Álgebra Computacional y a la Geometría Algorítmica y su incidencia en la Secundaria y el Bachillerato. Tomás Recio y Laureano González-Vega

El desarrollo de los ordenadores ha propiciado, en los últimos cuarenta años, el estudio de determinados problemas matemáticos ligados al cálculo (exacto) con cantidades masivas de objetos geométricos (puntos, rectas, triángulos, etc.) o algebraicos (matrices, polinomios, etc.) relativamente simples. Estos problemas aparecen en múltiples aplicaciones tecnológicas.

En este artículo, partiendo de un proyecto de investigación de la industria del automóvil en el que han participado los dos autores, y después de unas notas sobre los orígenes del Álgebra Computacional, se pretende mostrar la importancia práctica de las denominadas Álgebra y Geometría computacional.

El planteamiento que se sigue es estudiar computacionalmente de forma detallada dos problemas tipo, uno de Álgebra y otro de Geometría. En los dos casos se presentan sus dificultades y las *trampas* que pueden esconder. Además se muestra cómo la disponibilidad de los ordenadores conlleva formas distintas de las tradicionales de abordar la resolución de muchos problemas matemáticos. Esto sirve a los autores para defender que la inciden-

cia del ordenador en la enseñanza de las matemáticas no sólo se tiene que limitar a un apoyo a los contenidos y métodos tradicionales, sino que hay que ir más lejos, hay que hacer un esfuerzo especial por captar lo que puede aportar esta potente herramienta. En cualquier caso, éste es un camino en el que queda muchísimo por recorrer.

El análisis estadístico de grandes masas de datos: algunas tendencias recientes. Antonio Cuevas

La estadística es la ciencia de los datos, entendiéndolo como "datos" un conjunto de observaciones generalmente (pero no necesariamente) numéricas, obtenidas mediante la observación reiterada de un experimento de interés. La Estadística Matemática clásica, en especial la Inferencia Estadística, está basada en "muestras pequeñas", es decir, para situaciones en las que se dispone de pocos datos (típicamente, menos de 30). Sin embargo, hoy en día, tras el advenimiento de los ordenadores, de la mayoría de los procesos se dispone de enormes masas de datos, lo cual plantea nuevos problemas, tanto teóricos como prácticos, para su manejo útil.

En este artículo, Antonio Cuevas aborda dos de las metodologías que contribuyen a evitar que, como dice, nos sintamos "ahogados en los datos": la estimación paramétrica (en concreto de la densidad y de la regresión) y la metodología estadística para datos funcionales. Para ello previamente da un vistazo general a la Estadística Paramétrica Clásica.

En los dos casos estudiados se presentan las ideas básicas, motivándolas con ejemplos reales, y se muestran sus posibilidades para proporcionar orientaciones útiles en el manejo de grandes cantidades de datos. Así, por ejemplo, se describe una experiencia real en la que en el estimador no paramétrico aparecen muy claramente dos modas, lo cual en este caso resulta ser muy significativo, que de ninguna manera pueden aparecer en el modelo paramétrico.

Publicación de contenidos matemáticos en la web. Agustín Muñoz

Este artículo tiene dos objetivos: mostrar algunas posibilidades de los *applets* para enseñar matemáticas y construir un *applet* que, aunque sencillo, ayude a profundizar en ese tema.

El núcleo principal del trabajo consiste en describir con detalle la construcción de un *applet*, que puede ser, por ejemplo, un gráfico dinámico e interactivo, con el programa Descartes. Previamente, Agustín Muñoz realiza un breve recorrido por dos sitios *web*², de los muchos dedicados a los *applets* de matemáticas, que muestra qué son y qué se puede hacer con ellos.

Como afirma el autor, esta herramienta puede ayudar a los alumnos de determinados niveles de enseñanza secundaria a aprender matemáticas de un modo diferente.

Gráficas con MatLab. Roberto Rodríguez del Río

En este artículo el autor se centra en la capacidad de MatLab para generar gráficos, tanto en dos como en tres dimensiones. Para ello empieza haciendo un rápido resumen de los comandos básicos del programa, y luego construye paso a paso muchos ejemplos de distintos tipos (curva dadas por funciones, curvas en paramétricas, curvas en polares, superficies definidas por funciones, curvas de nivel, distintas formas de mostrar una superficie, etc.), para terminar con gráficas en movimiento. De todos los casos se propone muchos ejercicios.

Matemáticas, Ciencia y Tecnología: una relación profunda y duradera. Juan Luis Vázquez

En el propio título, Juan Luis Vázquez expresa muy bien el contenido de su artículo. El resumen del mismo es:

Los matemáticos suelen decir que la esencia de la Matemáticas reside en la belleza de los números, figuras y relaciones, y hay una gran verdad en ello. Pero la fuerza motriz de la innovación matemática en los siglos pasados ha si-

do el deseo de entender cómo funciona la Naturaleza. Este aspecto fundamental ha sido pocas veces mencionado.

La Matemática forma junto con el método experimental el esquema conceptual en que está basada la Ciencia moderna y en la que se apoya la Tecnología, existiendo estrechas relaciones entre ellas. Sobre estas bases nació la Sociedad Industrial hace varios siglos, y la nueva Sociedad de la Información se construye en el presente siguiendo las mismas pautas.

En el artículo damos un esbozo de esta relación con la ciencia y la tecnología, de cómo se puso en marcha y de los héroes que la han hecho realidad, seguido de una ojeada al futuro, en que la relación se extiende prácticamente a toda la sociedad. Se añade un corto comentario sobre la Matemática en España.

Me parece interesante reseñar que a lo largo de todo el artículo, explícita o implícitamente, Juan Luis Vázquez insiste en el paralelismo, las dos caras de la misma moneda, la complementariedad, entre la Matemática pura y la Matemática aplicada, resaltando la importancia de ésta última en toda la historia de las matemáticas, apoyándose en numerosas citas de ilustres matemáticos.

No me resisto a señalar que el artículo empieza con “Los matemáticos” y termina con “ordenadores”, lo cual me parece muy significativo.

Las Matemáticas del Control. Enrique Zuazua

El resumen recogido en el artículo es:

En estas notas abordamos algunos aspectos de la Teoría Matemática del Control, comenzando con algunas consideraciones históricas generales sobre sus orígenes y evolución. Más adelante, describimos algunos elementos matemáticos fundamentales y diversos avances recientes que se caracterizan tanto por su interés matemático como por su transcendencia desde el pun-

²<http://descartes.cnice.mecd.es/> y <http://www.ies.co.jp/math/java/samples/gaikaku.html>

to de vista social, tecnológico e industrial. Por último, mencionamos algunos problemas abiertos y los retos que se plantean en esta disciplina para un futuro inmediato.

Conviene remarcar que el término “control” implica “actuación” y que detrás de él está el de “optimización”.

En este trabajo el autor busca un equilibrio entre las consideraciones generales (contrabilidad *versus* optimización, control y complejidad, optimización, programación lineal, convexidad y dualidad, perspectivas futuras), la presentación de algunos resultados y problemas matemáticos de la Teoría de Control (controlabilidad de un sistema lineal en dimensión finita y controlabilidad de sistemas no-lineales), y los ejemplos de aplicación (algunas aplicaciones

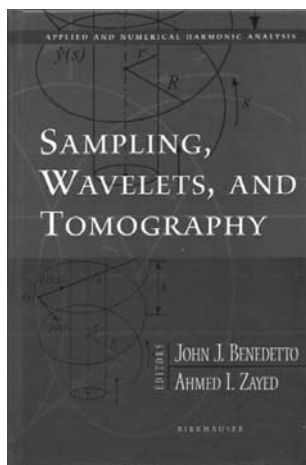
comunes, control del péndulo, control molecular mediante tecnología láser: la relevancia de la separación espectral, la barrera del Támesis: un ejemplo de control ambiental).

Para finalizar, en mi opinión nos encontramos ante un libro muy interesante que cumple sus objetivos: proporciona a los Profesores de Matemáticas de Enseñanza Secundaria una referencia y una guía de avances recientes de las matemáticas, junto con su perspectiva histórica, presenta nuevas herramientas ligadas al desarrollo de la informática y esboza algunos problemas importantes directamente ligados con la enseñanza de la matemáticas.

Mikel Lezaun Iturralde
Univ. del País Vasco

SAMPLING, WAVELETS, AND

TOMOGRAPHY



Editores: John J. Benedetto y Ahmed I. Zayed

Editorial: Birkhäuser, Boston

Fecha de publicación: 2004

ISBN: 0-8176-4304-4

SampTA (Sampling Theory and Applications) es el acrónimo mediante el cual se designa a una conferencia bianual que reúne bajo su auspicio a matemáticos, físicos e ingenieros interesados en la teoría de muestreo de Shannon y en temas relacionados como wavelets, análisis de Gabor, tomografía e imagen médica, etc. La conferencia se vertebra en dos categorías generales: teoría y aplicaciones, poniendo de manifiesto que tanto la riqueza y relevancia de las aplicaciones como su implementación dependen, de una manera fundamental, de la estructura y profundidad de la teoría que las sostiene. De esta manera, la evolución simbiótica entre teoría y aplicaciones se ha convertido en axiomática (como sugiere el profesor Benedetto en el prefacio de la obra que nos ocupa). Hasta la fecha se han celebrado un total de seis conferencias: SampTA'95 (Riga, Letonia), SampTA'97 (Aveiro, Portugal), SampTA'99 (Loen, Noruega), SampTA'01 (Orlando, USA) y SampTA'03 (Strobl, Austria). Coincidiendo con los últimos SampTAs se publica un volumen dentro de la serie Applied and Numerical