El número π: de la Geometría al Cálculo Numérico

Roberto Rodríguez del Río
Departamento de Matemática Aplicada
Facultad de Ciencias Químicas
Universidad Complutense de Madrid
rrdelrio@mat.ucm.es
http://www.mat.ucm.es/~rrdelrio/

Dibujo Técnico y Matemáticas: una consideración interdisciplinar

Universidad Internacional Menéndez Pelayo
Santander, 4-8 de septiembre de 2006

1. Introducción

Todas las circunferencias son iguales, a diferencia de las figuras irregulares, de las que tenemos una infinita variedad. Si vemos una circunferencia, hemos visto todas. Son más grandes o más pequeñas, pero todas iguales. Esta igualdad o parecido entre todas las circunferencias se pone de manifiesto cuando dividimos la longitud de la circunferencia entre su diámetro. Sea como sea la circunferencia, más grande o más pequeña, el número que obtenemos al hacer la división anterior es siempre el mismo, aproximadamente 3,14. Un número al que el matemático inglés Oughtred (1574-1660) decidió denominar con la letra griega π.[1]

Este número es el protagonista de nuestra historia. Vamos a ver en este artículo algunas ideas que han surgido alrededor del intento de comprender y calcular este importante número que ha fascinado a artistas y matemáticos desde la antigüedad. Empezaremos recordando el clásico problema griego de la cuadratura del círculo y cómo este problema hace necesario el cálculo del número π de la manera más exacta posible. Comentaremos a continuación algunos intentos históricos de conseguir calcularlo, pasando por Arquímedes, Leibniz y Euler, hasta llegar a técnicas probabilísticas y de cálculo numérico que, gracias al desarrollo del ordenador, permiten hoy en día calcular el número π con una tremenda rapidez y exactitud. Veremos finalmente una cronología (no exhaustiva) del cálculo de decimales de π y comentaremos brevemente algunos problemas y cuestiones abiertas en torno al número π.

2. La cuadratura del círculo

Los griegos sabían cómo construir un cuadrado cuyo área fuese igual a la de un polígono cualquiera dado. Por ejemplo, si queremos construir un cuadrado con área igual a la de un paralelogramo cuya base *b* y altura *h* sean conocidas, necesitamos construir un cuadrado con lado x que verifique la ecuación $x^2 = bh$. El objetivo entonces es construir la longitud x. Para ello procedemos como se muestra en la figura 1.

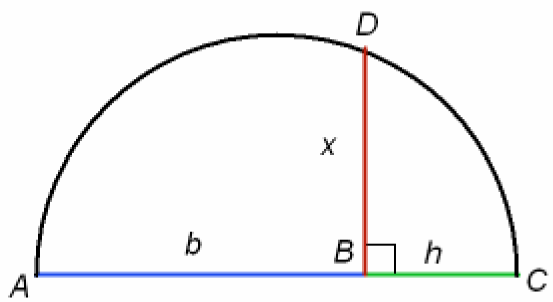


Figura 1: $x^2 = bh$.

En primer lugar, dibujamos una semicircunferencia con diámetro $b+h$, por el punto *B* dibujamos una perpendicular al diámetro hasta tocar a la semicircunferencia en el punto *D* y ya tenemos la longitud del lado del cuadrado, x. Probar que realmente

[1] A pesar de que la elección de la letra griega π para denotar la razón entre el perímetro de la circunferencia y su diámetro, no fueron los griegos los que utilizaron por primera vez esta denominación, como hemos visto. Oughtred utilizó esta letra por ser la inicial de la palabra griega περιφερια (periferia).

en la construcción que hemos hecho se verifica $x^2 = bh$ es un sencillo ejercicio que dejaremos al lector con el objeto de que participe de una manera más activa.

Los griegos sabían incluso resolver el problema más complicado de construir un cuadrado cuyo área fuese igual a la de un cuadrilátero cualquiera dado. En efecto, supongamos que tenemos el cuadrilátero de vértices *ABCD* que hemos dibujado en la figura 2.

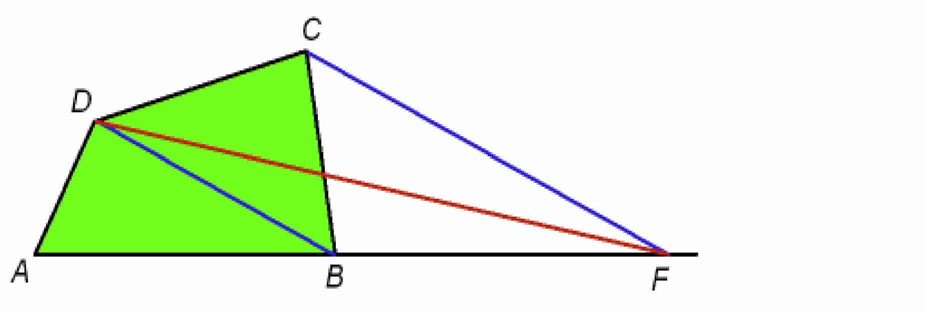


Figura 2: El área de *ABCD* es igual al área de *AFD*.

Empezamos dibujando la diagonal *DB.* Por el punto *C* dibujamos una paralela a la diagonal *DB.* Finalmente dibujamos *DF.* De esta manera obtenemos un triángulo, el *AFD,* cuyo área es igual al del cuadrilátero inicial. También esto lo puede probar el lector sin ningún problema. Ahora el problema se reduce a construir un cuadrado cuyo área sea igual a la de un triángulo con dimensiones conocidas. Pero esto es muy sencillo utilizando la ecuación $x^2 = \frac{1}{2}bh$ y la construcción que habíamos utilizado en el primer caso.

Para los griegos el paso siguiente era evidente. Dado que es posible construir un cuadrado cuyo área es igual al de un polígono, debería ser posible resolver el mismo problema para la figura con contorno curvo más simple posible, el círculo. Si pensamos en un círculo de radio 1, su área es exactamente π unidades. La ecuación que hay que utilizar ahora es $x^2 = \pi$. Utilizamos entonces la construcción de la figura 3.

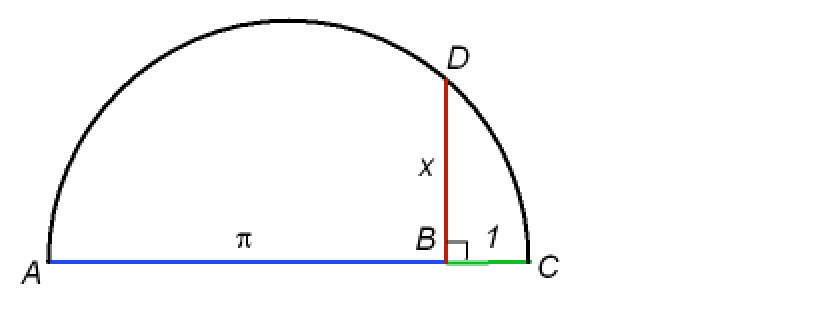


Figura 3: $x^2 = \pi = \pi \cdot 1$.

Todo funciona como antes, salvo un pequeño detalle. ¿Cómo hacemos para construir la longitud π?

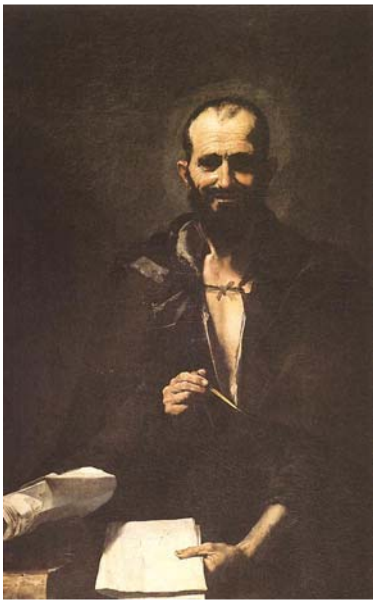
Este es el punto en el que no podemos continuar el problema, salvo que sepamos construir, determinar con exactitud el valor del número π. Los sucesivos intentos de resolver este problema o de aproximarse a la solución, que sería más correcto, son los que nos llevan hasta nuestros días.

3. Arquímedes de Siracusa

Arquímedes tosió para aclararse la garganta y se agitó, nervioso.
--No tengo intención de dar clases –declaró.
Ella [su madre] se quedó mirándolo, exasperada.
--¡No puedes ganarte la vida con la geometría!
El contador de arena.
G. Bradshaw[2]

Arquímedes es el mayor matemático e ingeniero de la antigüedad, al menos del que haya llegado hasta nosotros su obra. A pesar de que en torno a su persona se conocen muchas anécdotas, hay muy pocos hechos probados. No obstante, como personas que somos que intentamos enseñar, mucho nos conformaríamos con que nuestros alumnos conocieran a Arquímedes, aunque sólo fuera por esas anécdotas, Eureka incluido. Suele aceptarse que la fecha de su nacimiento se sitúa hacia el 287 a.C. y que murió a la edad de setenta y cinco años, durante el asalto a la ciudad de Siracusa (en la Sicilia actual), ciudad en la que nació. Según los relatos, mientras estaba absorto en sus cálculos, un soldado romano lo interrumpió. Arquímedes le gritó que dejara "¡mis círculos tranquilos!", y el romano se molestó y lo mató. Algo que disgustó mucho al general romano Marcelo que era quien se encontraba al mando del ejército que sitiaba la ciudad.

Precisamente son los círculos, que parecían molestar al legionario romano que ha pasado a la historia por tan triste hazaña, los protagonistas de la obra en la que Arquímedes, dando una lección de cálculo integral moderno a la posteridad, hace uno de los más famosos intentos de cálculo del número π.



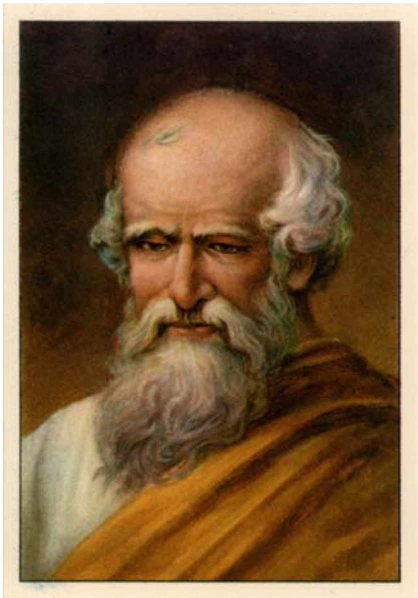


Figura 4: A la izquierda, Arquímedes pintado por José de Ribera en 1630 (Museo del Prado, Madrid). A la derecha, Arquímedes representado en una cajetilla de tabaco belga, Cigarette Oriental, de 1938.

[2] *El contador de arena* es una novela histórica sobre la vida de Arquímedes escrita por la historiadora británica Gillian Bradshaw y publicada en español por la editorial Salamandra, Barcelona, 2006. A pesar de que la historia está contada de una manera muy fluida, la novela adolece de menciones significativas a las investigaciones geométricas de Arquímedes; de hecho, la autora, en una nota histórica al final de la novela, confiesa: "No soy, pobre de mí, geómetra…"

Una de las obras más breves pero más importantes de Arquímedes que han llegado hasta nuestros días es la titulada *Medida del círculo*[3]. En ella se demuestra la equivalencia de los problemas de la cuadratura del círculo y la rectificación de la circunferencia y se proporciona una interesante acotación del número π.

Para calcular el número π, Arquímedes inscribe y circunscribe sendos hexágonos en una circunferencia. Su objetivo es aproximar la longitud de la circunferencia por defecto y por exceso (ver figura 5).

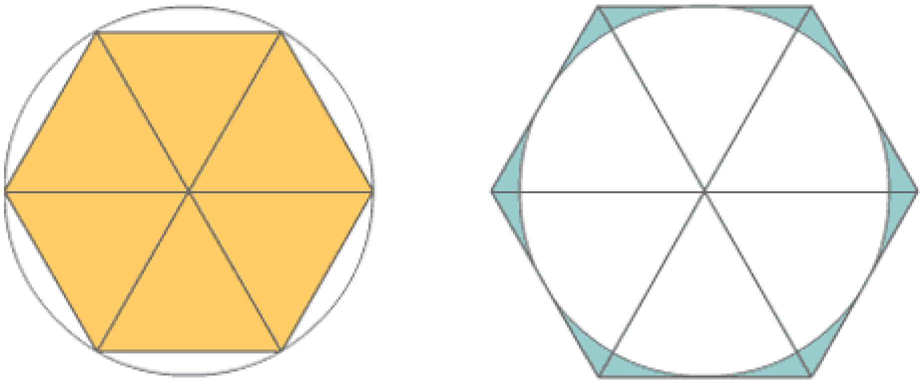


Figura 5: Hexágonos inscritos y circunscritos de Arquímedes.

Si el radio de la circunferencia es r, la longitud de la circunferencia es $2\pi r$. Por otra parte, los perímetros de los hexágonos inscrito y circunscrito son, respectivamente, $6r$ y $4\sqrt{3}\,r$, por lo que

$$6r < 2\pi r < 4\sqrt{3}\,r$$

Si dividimos las desigualdades anteriores entre $2r$, obtenemos una primera acotación del número π, obtenemos

$$3 < \pi < 2\sqrt{3} = 3'4641$$

Posteriormente, Arquímedes dobla el número de lados de los polígonos inscritos y circunscritos y realiza los mismos cálculos, es decir, calcular sus perímetros, con los polígonos de 12, 24, 48 y 96 lados. Finalmente, con el polígono de 96 lados, obtiene la sorprendente aproximación siguiente:

$$\frac{223}{71} = 3 + \frac{10}{71} < \pi < 3 + \frac{1}{7} = \frac{22}{7},$$

es decir,

$$3'14084507 < \pi < 3'14285714.$$

Arquímedes había encontrado que el número π es aproximadamente igual a 3'14. Y este valor, como todos sabemos, es suficiente para muchos cálculos que involucran al número.

Cálculos y razonamientos similares a los llevados a cabo por Arquímedes se estuvieron haciendo hasta el siglo XVII. Se trataba de calcular más decimales utilizando polígonos regulares de un mayor número de lados. Por ejemplo, el

[3] Con motivo del Congreso Internacional de Matemáticos (ICM2006), celebrado en Madrid en agosto de 2006, la Real Sociedad Matemática Española junto con Patrimonio Nacional y la sociedad del ICM 2006 han publicado, coordinado por Antonio J. Durán, en edición facsímil, con traducción anotada, la obra *Arquímedes. Obras escogidas,* a partir de un manuscrito en griego de la biblioteca del monasterio de San Lorenzo de El Escorial (Madrid). Una verdadera joya.

holandés Willebrord Snell (1580-1626) llegó a calcular 35 cifras decimales exactas del número π utilizando polígonos de 2^{30} lados.

4. El Cálculo: Leibniz y Euler

Dicen que hay virtud divina en los números impares,
tanto por el nacimiento como por la fortuna o por la muerte.
Falstaff (acto V, escena I).
Las alegres comadres de Windsord,
W. Shakespeare

Con la invención del Cálculo (diferencial e integral) por parte de Leibniz y Newton, cambia toda la concepción de las Matemáticas y, por tanto, también el enfoque a la hora de intentar calcular el número π. Las sucesiones y las series infinitas se convierten en objetos cotidianos dentro de las Matemáticas.

Figura 6: Gottfried Wilhelm Leibniz (1646-1716).

Es precisamente Leibniz, uno de los padres fundadores del nuevo *método,* quien descubrió una de las fórmulas más bellas relacionadas con el número π, la llamada *serie de Leibniz*

$$\frac{\pi}{4} = 1 - \frac{1}{3} + \frac{1}{5} - \frac{1}{7} + \frac{1}{9} - \frac{1}{11} + \ldots,$$

donde los puntos suspensivos hay que entenderlos en el sentido de que cuantos más términos sumemos más nos aproximaremos al valor de $\frac{\pi}{4}$.

La serie anterior se obtiene como un caso particular de otra descubierta por James Gregory (1638-1675), la representación en serie de potencias de la función *arcotangente*

$$\arctan(x) = x - \frac{x^3}{3} + \frac{x^5}{5} - \frac{x^7}{7} + \frac{x^9}{9} - \frac{x^{11}}{11} + \ldots, \text{ cierto sólo si } |x| \leq 1.$$

En efecto, basta con hacer $x=1$ en la *serie de Gregory* para obtener la *serie de Leibniz*.

A pesar de lo anterior, Leibniz descubrió su serie utilizando otras técnicas, técnicas geométricas fundamentalmente[4]. Es uno de los descubrimientos de los que Leibniz se sentía más orgulloso, llegó a dejar escrito, en 1682, en relación con los números que aparecen en la serie, la siguiente frase: "El Señor ama a los números impares".

Es innegable la belleza de la fórmula de Leibniz y lógico que su autor sintiera tanta satisfacción por su descubrimiento, sin embargo, presenta algún problema de tipo práctico. Por ejemplo, para obtener 50 decimales exactos del número π es preciso sumar aproximadamente 10^{50} términos. No es de extrañar que Leonhard Euler, el matemático más grande del siglo XVIII y persona que no se asustaba del trabajo (es uno de los más productivos de la historia), exclamase en 1737, "labor fere in aeternum" en relación a lo laborioso de calcular decimales exactos con la serie de Leibniz.

Figura 7: Leonhard Euler (1707-1783).

Ha entrado en escena Euler que, además de ser un trabajador incansable, estaba dotado de una extraordinaria intuición. La intuición de Euler le llevó a encontrar series que permitían calcular el valor del número π con una rapidez incomparablemente mayor que la serie de Leibniz. Todo comenzó con un problema planteado por el matemático suizo Jacob Bernoulli (1654-1705) que pretendía encontrar la suma de la serie

$$1+\frac{1}{2^2}+\frac{1}{3^2}+\frac{1}{4^2}+\frac{1}{5^2}+\dots$$

Euler no solo calculó la suma de esta serie sino que obtuvo toda una colección de fórmulas en las que aparece involucrado el número π. Algunos ejemplos de la cuales son las siguientes[5] (la primera de ellas es la solución al problema planteado por J. Bernoulli):

$$\frac{\pi^2}{6}=1+\frac{1}{2^2}+\frac{1}{3^2}+\frac{1}{4^2}+\frac{1}{5^2}+\dots,$$

[4] Para ver la forma en la que realmente Leibniz obtuvo su famosa serie, se puede consultar G.F. SIMMONS, G.F. *Cálculo y Geometría Analítica, 2ª edición.* McGraw-Hill. Madrid, 2002, página 396.

[5] Los detalles técnicos de cómo Euler descubrió las series se pueden consultar en ZHÚKOV, A.V. *El omnipresente número* π. Editorial URSS. Moscú, 2005, páginas 146-153.

$$\frac{\pi^4}{90} = 1 + \frac{1}{2^4} + \frac{1}{3^4} + \frac{1}{4^4} + \frac{1}{5^4} + \dots,$$

$$\frac{\pi^6}{945} = 1 + \frac{1}{2^6} + \frac{1}{3^6} + \frac{1}{4^6} + \frac{1}{5^6} + \dots,$$

y muchas más[6].

5. Del Cálculo al ordenador

En 1987 se pudo calcular, mediante el uso de ordenadores, el valor del número π con una exactitud desconocida hasta entonces: más de 100 millones de cifras decimales exactas. Esto fue posible gracias, en primer lugar, al desarrollo tecnológico que se había alcanzado en aquellas fechas; pero quizá más importante aún fue el hecho de que los algoritmos que se programaron en el ordenador habían sido desarrollados por el matemático indio Srinavasa Ramanujan (1887-1920), que había nacido 100 años antes.

Figura 8: Srinivasa Ramanujan (1887-1920).

Al igual que otros muchos matemáticos, Ramanujan quedó cautivado por el misterio del número π, y encontró algunas de las fórmulas más sorprendentes para su cálculo. Es realmente desconcertante intentar comprender cómo se puede llegar a la fórmula siguiente encontrada por Ramanujan en 1914

$$\frac{1}{\pi} = \frac{\sqrt{8}}{9801} \sum_{n=0}^{\infty} \frac{(4n)!}{(n!)^4} \frac{[1103 + 26390n]}{396^{4n}}$$

(aquí $n!$ es el factorial de n, es decir, $n! = n.(n-1).(n-2)\ldots 3.2.1.$)

La fórmula de Ramanujan converge con tal rapidez que cada sumando nuevo aporta unos 8 decimales exactos del número π.

La precisión con la que se pueden calcular hoy en día los decimales del número π no se debe únicamente a la cada vez mayor potencia de cálculo de los ordenadores, sino también a nuevos algoritmos numéricos. Uno de las fórmulas más recientes (y sencillas) se debe a D. Bailey, P. Borwein y S. Plouffe que en 1997 obtuvieron la fórmula

[6] En la página http://numbers.computation.free.fr/Constants/Pi/piSeries.html se puede encontrar toda la "fauna" de series descubiertas por Euler y algunas más descubiertas por otros matemáticos.

$$\pi = \sum_{n=0}^{\infty} \frac{1}{16^n}\left(\frac{4}{8n+1} - \frac{2}{8n+4} - \frac{1}{8n+5} - \frac{1}{8n+6}\right)$$

La fórmula se puede demostrar utilizando Cálculo de una variable[7]. Con sólo un sumando de la serie se obtiene el valor 3’13333…; con dos sumandos se obtiene 3’141422466… y con cinco sumandos, el valor 3’141592653…. Nos permite obtener, con el ordenador que tenemos en casa (y algún asistente matemático como DERIVE o MATHEMATICA) millones de dígitos en menos de 1 segundo.

6. La aguja de Buffon y otros juegos de azar

Todos los casos que hemos analizado hasta ahora, desde Arquímedes hasta los últimas fórmulas de Bailey y otros son intentos *deterministas*. En unos casos se utilizan técnicas geométricas, en otras técnicas aritméticas, cálculo diferencial. Sin embargo, a lo largo de la historia han surgido también formas de cálculo probabilísticas. Sorprende que el número π, la razón entre la longitud de una circunferencia y su diámetro, pueda calcularse utilizando el azar. Pero en esto consiste el problema de la *aguja de Buffon,* ideado en 1777 por el francés Georges Louis Leclerc, Conde de Bufón.

Figura 9: Georges Louis Leclerc, Conde de Buffon (1707-1788).

Buffon propuso el siguiente problema:

En un plano hemos dibujado rectas paralelas (como en la figura 10) separadas, una de otra, a una distancia constante d. Lanzamos sobre el plano una aguja de longitud l *(con* $d \geq l$ *). Calcular la probabilidad de que la aguja toque a alguna de las líneas.*

Se puede demostrar[8] que la probabilidad de que la aguja cruce a alguna de las líneas es

[7] Ver BAILEY, D., BORWEIN, P., PLOUFFE, S. *On the rapid computation of various polylogarithmic constants*, 1997, que se puede encontrar en BERGGREN, L., BORWEIN, J., BORWEIN, P. *Pi: A Source Book (Tercera edición).* Springer. New York, 2004, pp. 663-676.

[8] Se pueden encontrar dos demostraciones diferentes de la solución del problema de Buffon en el capítulo 21 de AIGNER, M., ZIEGLER, G.M. *EL LIBRO de las demostraciones*. Nivola. Madrid, 2005.

$$p = \frac{2}{\pi}\frac{l}{d}.$$

En particular, si $d = l$, la probabilidad es entonces

$$p = \frac{2}{\pi}.$$

Como consecuencia de este resultado, es posible obtener valores aproximados de π experimentalmente. Si lanzamos una aguja *N* veces y, de estas veces, en *M* ocasiones la aguja corta a una de las rectas; entonces un valor aproximado de π será

$$\pi \approx \frac{2N}{M}.$$

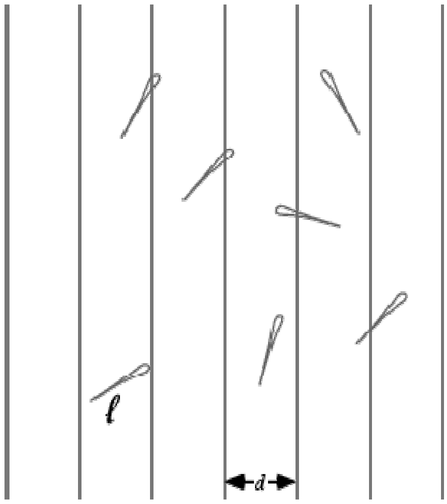


Figura 10: La aguja de Buffon.

Tal fascinación supuso el problema entre los matemáticos, que hay documentados algunos experimentos que dieron, presuntamente, los siguientes valores de π:

Experimentador	Año	Núm. lanzamientos	Valor experimental de π
Wolf	1850	5000	3’1596
Smith	1855	3204	3’1553
Fox	1884	1120	3’1419
Lazzarini	1901	3408	3’1415929

Todos los *experimentadores* tuvieron una suerte sorprendente aunque, sin duda, el beneficiado por la diosa fortuna fue el experimentador llamado Lazzarini, ya que los cálculos muestran que para obtener un resultado, en el problema de Buffon, con un error del orden de 0’0000002, sería necesario tirar la aguja unas $1'156675 \cdot 10^{14}$ veces. Tirando una aguja cada 5 segundos (la tiramos, miramos si corta y anotamos), habría que estar unos 3.600.000 años, sin parar.

El problema de Buffon tiene una enorme importancia histórica, e incluso consecuencias cómicas. No obstante, hay mejores formas de obtener el número π mediante técnicas probabilísticas. Se trata de utilizar el llamado *método de Monte Carlo*[9] que consiste en lo siguiente:

[9] El nombre de Monte Carlo fue sugerido por el matemático norteamericano de origen griego Nicholas Constantine Metropolis (1915-1999).

Construyamos una diana circular (no hace falta dibujar nada dentro del círculo) de un metro de radio y la ponemos inscrita en un cuadrado de dos metros de lado, como se muestra en la figura 11. El área del círculo es π y la del cuadrado en el que está inscrito es 4. Por tanto, al lanzar repetidas veces un dardo (suponiendo que, al menos, seamos capaces de acertar en dentro del cuadrado que tiene 4 metros cuadrados de área), la proporción de dardos dentro del círculo entre dardos totales, debería tender al número $\frac{\pi}{4}$.

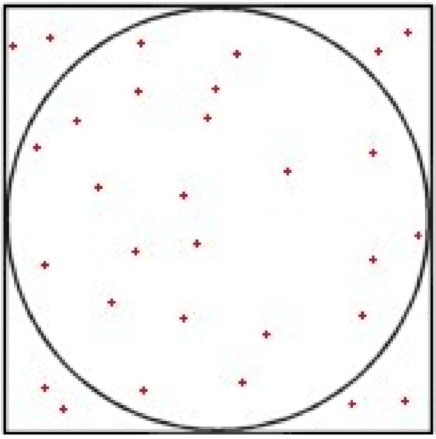


Figura 11: Diana para aplicar el método de Monte Carlo.

Ahora ya sólo queda encontrar a un *lazzarini* dispuesto a lanzar el dardo. Bien, para que no nos ocurra como antes, simplemente podemos simular los lanzamientos mediante un ordenador[10]. Cada lanzamiento de dardo consiste, para el ordenador, en la generación de dos números aleatorios, las coordenadas del punto. El método de Monte Carlo se utiliza, de hecho, para estimar áreas de figuras irregulares. En este sentido, se puede considerar un método de integración más.

7. Cronología computacional del número π

Una de las referencias más antiguas al valor de π figura en la Biblia, en el Antiguo Testamento, (III Reyes, 7:23) encontramos el siguiente pasaje:

"Hizo también de fundición una gran concha, toda redonda,
de diez codos de diámetro, de un borde a otro [...]
y un cordón de unos treinta codos ceñía toda su circunferencia"

Es decir, en el Antiguo Testamento, fechado aproximadamente hacia 550 a.C., aparece, como valor aproximado, 3.

Como hemos visto al principio, Arquímedes, hacia 250 a.C., calcula el famoso 3'14. El matemático árabe Al-Kashi, hacia 1429 y utilizando la misma técnica que Arquímedes, llega a calcular hasta 14 decimales exactos. También con métodos similares a los de Arquímedes, Ludolph van Ceulen (1540-1610), en 1610, después de años de arduo trabajo, logra calcular 35 decimales exactos, que hizo grabar en su tumba. Como ejemplo titánico de esta carrera, también figura William Shanks (1812-1882) quien, en 1873, calculó 707 decimales de los cuales, sólo los 527

[10] Existen muchas páginas web con pequeños simuladores del método de Monte Carlo, por ejemplo, http://polymer.bu.edu/java/java/montepi/montepiapplet.html.

primeros son correctos. Los decimales de Shanks fueron grabados en la cúpula del Palacio del Descubrimiento de París, erratas incluidas, aunque hoy en día éstas han sido corregidas.

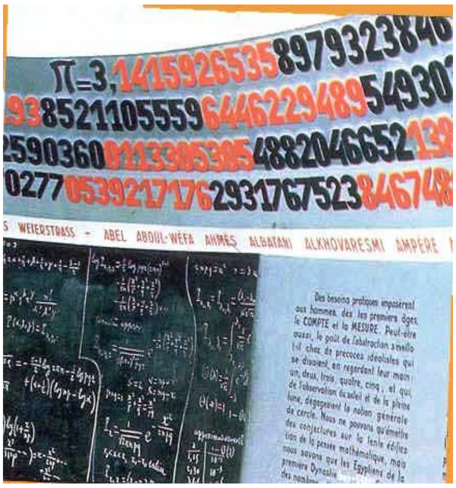


Figura 12: El número π en el Palacio del Descubrimiento en París.

La actualidad ya la conocemos. En la era del ordenador y el Cálculo Numérico conocemos billones de dígitos del número π.

8. Qué sabemos, qué no sabemos y qué no sabremos

"... y ese número π que, irracional para las mentes sublunares, por divina razón vincula necesariamente la circunferencia con el diámetro de todos los círculos posibles, por lo que el compás de ese vagar de una esfera entre uno y otro polo era el efecto de una arcana suspensión, la dualidad de una dimensión abstracta, la naturaleza ternaria de π, el tetrágono secreto de la raíz, la perfección del círculo."
El péndulo de Foucault.
Umberto Eco

Además de los miles de decimales del número π, conocemos otras propiedades: sabemos, gracias a Lambert (1761) que es un número *irracional*, es decir, que no se puede expresar como cociente de dos números enteros[11]. También sabemos que es un número *trascendente,* esto es, que no se puede obtener como solución de una ecuación algebraica (las ecuaciones de primer, segundo, tercer grado, etc., son ecuaciones algebraicas).

Se sabe también que los mil primeros millones de dígitos se distribuyen regularmente e incluso sabemos que la secuencia 123456789 aparece en el dígito 523551502, por primera vez. Lo cual sólo puede ser prueba de que en el colectivo de matemáticos puede que haya gente ociosa.

[11] Puede encontrarse una demostración de la irracionalidad de π con técnicas de Bachillerato en la página 494 de SIMMONS, G.F. *Cálculo y Geometría Analítica (Segunda edición).* McGraw-Hill. Madrid, 2002, debida a I. Niven y que data de 1947.

No se sabe, sin embargo, si la expresión decimal contiene infinitos doses, o infinitos treses, etc. Se desconoce si el número $\pi+e$ es trascendente o incluso irracional. Y, probablemente, nadie sabrá nunca cuál es el dígito que ocupa el lugar 10^{10000} de π.

El cálculo de más y más cifras decimales del número π, aparte del interés del autor por que su nombre aparezca en el libro Guinness[12], no parece un trabajo demasiado útil. A todos nos resultó suficiente 3'14 para llegar a la Universidad y bastaría con 40 cifras decimales exactas para calcular el perímetro de una circunferencia capaz de abarcar la totalidad del universo conocido con un error menor que el radio de un átomo de hidrógeno. Entonces, ¿por qué los matemáticos no se conforman con los primeros 50 decimales, por ejemplo?

Desde luego una de las razones es que el número π se ha convertido en una especie de fuente de pruebas de capacidad computacional. Se usa de hecho para medir la rapidez de los nuevos ordenadores. Por otra parte, la búsqueda de resultados cada vez más precisos ha permitido descubrir nuevos resultados en *teoría de números*.

Además, siempre existe la posibilidad de que los cálculos nos ayuden a comprender los misterios de π como constante universal. Quizá tuviera algo de razón Isaac Newton cuando afirmaba que:

> *"La naturaleza se reduce a un número: π. Quien descubra el misterio de π, comprenderá el pensamiento de Dios…"*

9. Agradecimientos

Este trabajo comenzó a fraguarse a partir de la preparación de dos charlas relacionadas con el número π: una de ellas en el marco de la Universidad de Otoño-CDL celebrada en septiembre de 2005 en la Facultad de Ciencias Matemáticas de la Universidad Complutense de Madrid; la otra, dentro de un curso de Historia de las Matemáticas desarrollado en noviembre de 2005 en la Facultad de Ciencias de la Universidad Autónoma de Madrid. Quiero agradecer a Antonio Nevot su invitación para participar en el Seminario de Matemáticas de la Universidad de Otoño y a Enrique Zuazua su invitación para participar en el curso de Historia de las Matemáticas en la Universidad Autónoma.

Los días previos a cualquier charla son para mí, y no tengo ningún pudor en reconocerlo, días de nervios y, a veces, de mal humor. Esto lo tienen que soportar las personas que me rodean y que comparten conmigo el trabajo diario. Quiero dedicar este artículo a algunas de las personas que viven esos días más de cerca: María Jesús Muñoz, Yolanda García y Natalia Cavero. Por su paciencia, por su comprensión, por su complicidad y, sobre todo, por aguantarme. Hacía algún tiempo que, por circunstancias personales, acudir cada día al trabajo se había convertido en una actividad poco grata para mí; sin duda, ellas han contribuido decisivamente a que esto haya dejado de ser así.

[12] Por cierto, el record Guinness actual (septiembre de 2006) lo tiene el japonés Yasumasa Kanada de la Universidad Tokio, que ha conseguido calcular el número π con 1.241.100.000.000 decimales exactos con un ordenador HITACHI SR8000/MPP. Sin comentarios.

10. Bibliografía

AIGNER, M., ZIEGLER, G.M. *EL LIBRO de las demostraciones*. Nivola. Madrid, 2005.

BERGGREN, L., BORWEIN, J., BORWEIN, P. *Pi: A Source Book (Tercera edición).* Springer. New York, 2004.

BOLD, B. *Famous Problems of Geometry and How to Solve Them.* Dover. New York, 1982.

BORWEIN, J., BORWEIN, P. *Srinivasa Ramanujan.* pp. 120-128, en *Grandes matemáticos.* Investigación y ciencia. Prensa científica, S.A. Barcelona, 1995.

DURÁN, A.J. (Editor). *Arquímedes. Obras escogidas.* Real Sociedad Matemática Española – ICM'06 – Patrimonio Nacional. Madrid, 2006.

HAIRER, E., WANNER, G. *Analysis by Its History.* Springer. New York, 2000.

HEATH, T. *A History of Greek Mathematics.* Dover. New York, 1981.

LIVIO, M. *La proporción áurea.* Ariel. Barcelona, 2006.

RODRÍGUEZ DEL RÍO, R., SOLER ARETA, J., NEVOT LUNA, A. *Matemáticas 2. Bachillerato.* McGraw-Hill. Madrid, 2003.

SIMMONS, G.F. *Cálculo y Geometría Analítica (Segunda edición).* McGraw-Hill. Madrid, 2002.

TORIJA HERRERA, R. *Arquímedes. Alrededor del círculo.* Nivola. Madrid, 1999.

ZHÚKOV, A.V. *El omnipresente número* π. Editorial URSS. Moscú, 2005.