Las Matemáticas en diversos contextos

Después de leer este encarte, nadie podrá seguir creyendo que las Matemáticas y su enseñanza y aprendizaje son estáticas, monolíticas y uniformes. Su evolución y presencia en cada vez más ámbitos de nuestra vida cotidiana hace difícil no asumir que "Las Matemáticas son el lenguaje del mundo".

La biografía del matemático indio, Srinivasa Ramanujan, y de su maestro, Godfrey H. Hardy, además de tener interés para el gran público - pues ha sido llevada al cine recientemente-, supone desde un punto de vista humano y matemático una de las más fascinantes historias de principio del siglo XX en el Trinity College, y que David Usero narra en este artículo.

Los investigadores Villacorta-Atienza, Calvo y Makarov nos desvelan el mundo de la robótica y, más concretamente, el de la biomimética como campo de investigación que trata de abrirse camino para dotar a los robots de herramientas cognitivas para interactuar con nosotros y nuestro entorno.

En la entrevista al medallista de oro en la Olimpiada Española de Matemáticas y estudiante de Matemáticas en la Universidad de Cambridge, Ismael Sierra, nos va descubriendo una vida joven llena de experiencia y al mismo tiempo dedicada a las Matemáticas.

"Si queremos cambiar la forma en que la sociedad percibe las Matemáticas tenemos que conseguir que sean emocionantes", afirma Nelo Maestre, fundador y creador del proyecto Divermates en el que utilizan la magia como espectáculo escénico y las técnicas de comunicación en todos sus ámbitos.

Con el título de su nuevo libro, *Aproxímate*, y que reproduce en este artículo, Javier Fernández Panadero provoca, con ejemplos de la vida cotidiana, cómo no debemos conformarnos con los resultados matemáticos envasados, sin interrogarse cómo surgen y si tienen sentido.

María José Rey Fedriani, profesora del Colegio Base, muestra una experiencia interdisciplinar con sus alumnos de la ESO, al utilizar cuadros de Kandinsky y el programa GeoGebra con el fin de que los estudiantes reconozcan la importancia de la Geometría en el ámbito artístico.

Antonio Nevot, Roberto Rodríguez y David Usero
Coordinadores del Seminario de Matemáticas

Hardy, Ramanujan y los hombros de gigantes

David Usero
CC. San Juan Bosco y Universidad Complutense de Madrid

EL MÁS ILUSTRE DE LOS PROFESORES DEL TRINITY COLLEGE, SIR ISAAC NEWTON, ESCRIBIÓ EN UNA CARTA UNA SENTENCIA QUE HA PASADO A LA HISTORIA:

"Si he visto más lejos es porque estoy sentado sobre los hombros de gigantes".

Si bien esa frase puede ser aplicada a todos los hombres dedicados al conocimiento del hombre y de la naturaleza, fue en el mismo Trinity College, varios siglos más tarde, cuando esa frase encuentra uno de los mejores ejemplos.

A principios del siglo XX se reunió en el Trinity College por el que paseó Newton una pareja de matemáticos sorprendente, un maestro y un alumno cuya historia es fascinante, tanto por la cantidad de resultados que obtuvieron en el corto periodo en que trabajaron juntos, como por la gran diferencia en lo personal y cultural.

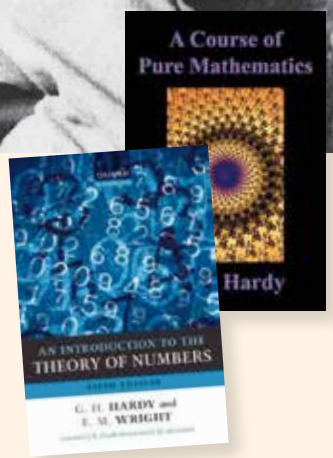
Godfrey H. Hardy y Srinivasa Ramanujan, maestro y discípulo, fueron una pareja con un atractivo innegable cuya historia ha dado origen a varias novelas y a una película estrenada este 2016, "El hombre que conocía el infinito".

Siempre resulta interesante aprender de las biografías de los grandes maestros, y uno de ellos es el matemático hindú Srinivasa Ramanujan, un personaje que deslumbró al mundo, tanto por sus descubrimientos como por su origen humilde y formación autodidacta.

Su biografía tiene todos los ingredientes propios de los grandes libros de aventuras: exotismo, viajes, mezcla de culturas, personalidades opuestas, guerra, enfermedad y una muerte temprana, que dejó detrás un inigualable trabajo hecho, y mucho más por hacer. Y al igual que John Lennon y, James Dean, se ha convertido en un mito.

Junto a él siempre estará su descubridor y maestro, Godfrey H. Hardy, un gran matemático. Hardy era el único matemático preparado para poder entender las notas escritas en la carta que un humilde contable hindú envió a varios matemáticos ingleses desde la otra punta del mundo.

Godfrey H. Hardy.



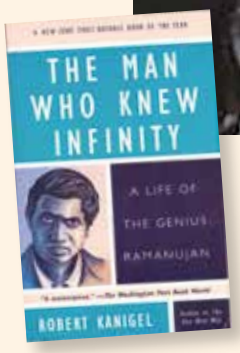
La vida de Ramanujan es bastante conocida, en especial por aquellos que nos dedicamos a la enseñanza de las Matemáticas, ya que no hay libro de texto que no la incluya total o parcialmente.

Nació en 1887, en una familia pobre en Erode, al sur de la India y desde niño destacó por sus altas calificaciones en la escuela. Se graduó brillantemente y accedió a la universidad con una beca. Sin embargo, no terminó sus estudios porque dedicaba todo el tiempo a las Matemáticas, descuidando el resto de asignaturas.

Esto le obligó a subsistir en la pobreza durante algunos años. Finalmente consiguió empleo de contable en la oficina del puerto de Madrás y continuó con sus investigaciones en Matemáticas de forma autodidacta.

AL NO RECIBIR APOYO EN SU PAÍS, RAMANUJAN DECIDIÓ CONTACTAR CON LOS MATEMÁTICOS INGLESES, QUE TENÍAN MEJOR NIVEL. MUCHOS RECHAZARON SUS TRABAJOS POR INCOMPRESIBLES

Pese a su origen humilde y situación poco prometedora, Ramanujan tenía una gran confianza en su capacidad y un tesón increíble. Gracias a su facilidad de cálculo, el trabajo de contable le dejaba mucho tiempo libre para seguir con sus investigaciones matemáticas, que fue recopilando y tratando de publicar. Sin embargo, no había ningún matemático en La India capaz de seguir estos trabajos.



Muchos fueron los que le tomaron por loco al no entender su trabajo, y quienes le tomaban en serio se mostraban incapaces de seguirle. Al no recibir apoyo en su país, decidió contactar con los matemáticos ingleses, que tenían mejor nivel. Muchos rechazaron sus trabajos por incomprensibles.

Tras contactar con Hardy, este quedó sorprendido por los resultados allí mostrados y manifestó interés por él. Tras varias cartas más, Hardy obtuvo financiación para Ramanujan y en 1914, pudo viajar a Inglaterra, donde colaboró con el propio Hardy y con su compañero J. E. Littlewood, consiguiendo publicar una parte de sus trabajos.

Sin embargo, Ramanujan no tenía buena salud y la hambruna de la Primera Guerra Mundial no ayudó a mantenerle sano. Tras enfermar, fue diagnosticado de tuberculosis, que le obligó a estar en cama durante largos periodos.

De esa época es una de las más famosas anécdotas. Recibiendo un día la visita de Hardy, este le comentó que había venido en un taxi con un número aburrido, el 1729. Sin embargo, Ramanujan le contestó que no era tan aburrido; se trataba del número más pequeño que puede escribirse de dos formas distintas como la suma de dos cubos perfectos:

$$1729=1^3+12^3=9^3+10^3$$

En 1919 volvió a la India, donde murió un año más tarde, a la edad de 32 años. Ahora sabemos que Ramanujan no padeció tuberculosis, sino una infección derivada de la disentería, que probablemente trajo ya desde la India.

Dejó escritos alrededor de 3.900 teoremas y fórmulas, en cuatro cuadernos. Tres de ellos fueron escritos antes de su estancia en Inglaterra, y Ramanujan los llevó consigo desde Madrás. Fueron la base del trabajo con Hardy los cinco años que pasó en Cambridge.

La historia del cuarto cuaderno es más interesante. Fue escrito en su último año de vida, gran parte ya de vuelta a la India. Se le conoce como "el cuaderno perdido de Ramanujan". Permaneció olvidado hasta que, en 1976, G. Andrews lo descubrió.

Srinivasa Ramanujan.

El trabajo de Ramanujan que se recoge en sus cuadernos es sorprendente por muchos aspectos diferentes. Es una colección de fórmulas complejas que en la mayoría de casos, recoge únicamente el resultado final y se salta todos los pasos intermedios. Esta curiosa forma de trabajar se debe a dos aspectos. En primer lugar, su formación autodidacta le permitió acceder a compendios de Matemáticas en los que se exponían resultados sin apenas demostraciones y, por tanto, su trabajo reflejaba esa manera de hacer las cosas.

Por otra parte, debido a las condiciones de pobreza en las que vivía, el acceso al papel resultaba costoso, por lo que la gran mayoría de los cálculos los haría en pizarras o sobre el mismo suelo, anotando en el papel únicamente lo importante.

A este hábito hay que añadirle que Ramanujan hacía gala de poseer una gran intuición matemática, adjudicando sus fórmulas a la inspiración onírica de la diosa hindú Namagiri. Esta manera de trabajar chocaba frontalmente con las Matemáticas formales, que exigen un alto rigor en sus métodos.

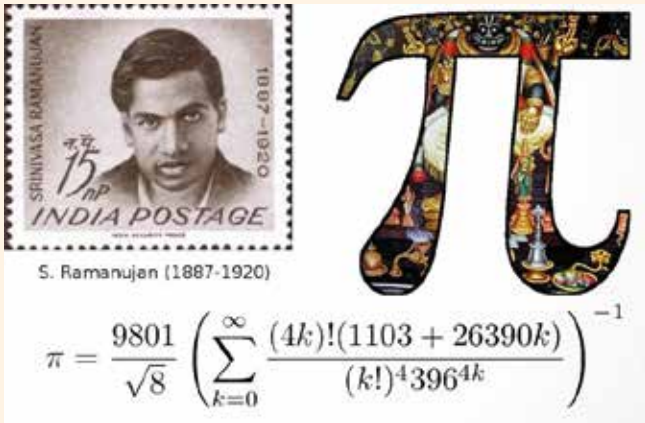
El máximo defensor de esa rigurosidad era G. H. Hardy, personaje flemático y seco, con una personalidad totalmente opuesta a la del joven Ramanujan. Y, sin embargo, los dos formaron una pareja profesional inigualable. Hardy le aportó a Ramanujan la formalidad de la que carecía y el apoyo institucional en el que Ramanujan pudo difundir su obra.

Hardy también fue un matemático precoz. A los dos años era capaz de escribir números hasta varios millones, y en la iglesia se entretenía factorizando los números de los salmos. Sus padres eran los dos maestros, y aunque subsistían sin problemas, nunca hubieran podido pagarle a Hardy sus estudios. Sin embargo, gracias a su talento con las Matemáticas, pudo ir obteniendo becas hasta completar sus estudios y acabar como miembro del Trinity College, una de las más altas distinciones.

HARDY ERA UN PERSONAJE MUY SINGULAR. ACTIVISTA POLÍTICO CONTRARIO A LA GUERRA, ATRIBUÍA LA RESPONSABILIDAD DE ESTA Y DE LAS DESIGUALDADES QUE LA ORIGINARON A LAS CIENCIAS APLICADAS, DE LAS QUE DECÍA ERAN LAS RESPONSABLES DEL EMPEORAMIENTO DEL BIENESTAR DE LA POBLACIÓN

Desde el punto de vista de la formación, Hardy estuvo muy influenciado por el "Cours d'analyse de l'École Polytechnique" del matemático francés C. Jordan. Esta formación en el rigor de las Matemáticas le permitió reformar las matemáticas británicas, que siempre habían estado orientadas hacia las matemáticas aplicadas, siguiendo los pasos de Newton.

Hardy era un personaje muy singular. Activista político contrario a la guerra, atribuía la responsabilidad de esta y de las desigualdades que la originaron a las ciencias aplicadas, de las que decía, que eran las responsables del empeoramiento del bienestar de la población.



La obsesión de Hardy por las matemáticas puras y la aversión hacia las matemáticas aplicadas se refleja en una frase suya: "No he hecho nunca nada útil, ningún descubrimiento mío ha producido, o va a hacerlo directa o indirectamente, para bien o para mal, la menor diferencia en el bienestar del mundo".

Sin embargo, esto no es cierto. Son varios los resultados que han sido aplicados muy a su pesar.

Desde 1911, Hardy mantuvo una estrecha y fructífera colaboración con J. E. Littlewood, compañero de Cambridge, con el que trabajó en análisis matemático y en teoría de números. Hardy y Littlewood formaron una fructífera pareja de la que surgieron diversos teoremas, conjeturas y métodos que llevan el nombre conjunto de Hardy-Littlewood.

Sin embargo, el nombre que innegablemente va unido a Hardy es el de Ramanujan. En palabras del propio Hardy, trabajar con Ramanujan fue "el único incidente romántico de su vida".

Durante su estancia en Cambridge, Ramanujan publicó un total de 21 artículos con resultados sobre integrales definidas, ecuaciones modulares, series infinitas, teoría de números, fórmulas asintóticas, particiones y análisis combinatorio, etc. Al mismo tiempo, asistió a clases y obtuvo su doctorado, fue elegido miembro de la London Mathematical Society, miembro de la Real Sociedad y del Trinity College, distinciones que le situaron en la élite del reconocimiento por parte de sus contemporáneos.

Ramanujan era un matemático especialmente hábil con los números y el cálculo mental. También trabajaba con gran facilidad con las series infinitas y las fracciones continuas, pero sobre todo destacaba por la originalidad con la que trataba los problemas. Lo hacía siempre de forma poco corriente y sus resultados eran inusualmente ricos y con más implicaciones de lo que se podía observar a primera vista. De esta forma, abrió nuevos caminos de investigación que hoy son campos de alto interés.

Un ejemplo de esta productividad fue la resolución de un problema considerado imposible de resolver hasta la fecha. Es el problema de las particiones, es decir, de contar de cuántas maneras diferentes se puede descomponer un número natural como la suma de otros naturales.

Por ejemplo, el número 3 se puede escribir como: 3, 2+1 y 1+1+1, es decir, de tres formas diferentes. El número 4 se puede descomponer como: 4, 3+1, 2+2, 2+1+1 y 1+1+1+1, es decir, de 5 formas diferentes. Calcular esta cifra para cualquier número es una tarea complicada, considerada irresoluble en la fecha.

Trabajando conjuntamente, Hardy y Ramanujan consiguieron una fórmula asintótica que realizaba el cálculo, y al mismo tiempo idearon un nuevo método de cálculo de gran utilización hoy día para la obtención de fórmulas asintóticas y para el cálculo de la función de partición en Física estadística.

Las personalidades de maestro y discípulo eran muy distintas. Mientras que Ramanujan era profundamente religioso y seguidor de las tradiciones, Hardy era manifiestamente ateo y luchaba en contra de las tradiciones que consideraba inútiles. Ramanujan era discreto y amable, y Hardy resultaba arisco y excéntrico. Sin embargo, cuando se dedicaban a las Matemáticas formaban una pareja bien allegada, y mientras uno aportaba el rigor, el otro añadía su genialidad.

Viendo ambas vidas en perspectiva, produce vértigo pensar que el gran genio que fue Ramanujan nunca hubiera sido conocido y, probablemente, hubiera terminado su corta vida siendo tan solo un humilde contable en la ciudad hindú de Madras, de no contar con la ayuda de Hardy, quien lo descubrió y enseñó el rigor necesario.

Parafraseando a Newton, si no se hubiera sentado en hombros del gigante Hardy, nunca hubiera conseguido llegar a ver tan lejos.

¿Es la biomimética el futuro de la robótica?

José Antonio Villacorta-Atienza, Carlos Calvo, Valeri A. Makarov

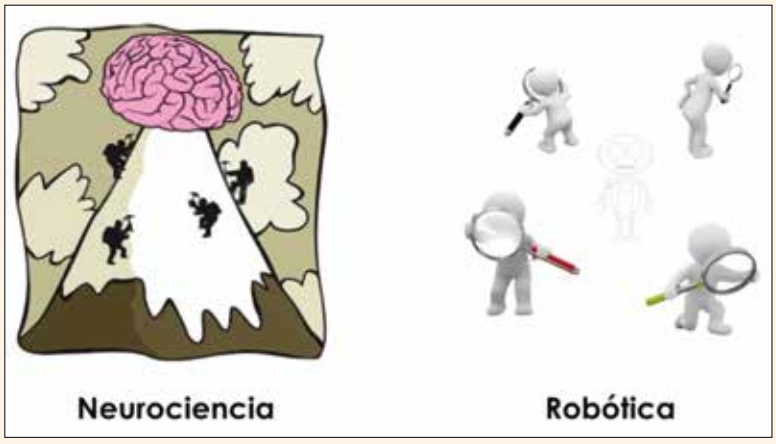
F. CC. Matemáticas, Universidad Complutense de Madrid

Antes de que a principios del siglo XX el concepto de robot fuera introducido en nuestra cultura tal y como hoy lo concebimos, el hombre llevaba mucho tiempo persiguiendo el sueño de crear 'humanos artificiales'. Autómatas capaces de tocar instrumentos, bailar o incluso jugar al ajedrez fueron desarrollados para el divertimento y asombro del público. Sin embargo, la tecnificación de nuestra sociedad nos ha llevado, más que a desear, a demandar robots capaces de realizar eficazmente numerosas tareas y sustituirnos así en situaciones tediosas, pesadas o peligrosas. Los espectaculares avances tecnológicos producidos en la segunda mitad del pasado siglo condujeron a una nueva era de conocimiento en la que la computación se erigía como una nueva piedra filosofal. Si bien así fue para numerosas disciplinas científicas, hoy en día la robótica no ha alcanzado las cotas que entonces se esperaban, y todavía no existen robots capaces de realizar siquiera las tareas más sencillas de forma realmente autónoma, como por ejemplo ir a la cocina, recoger platos y lavarlos.

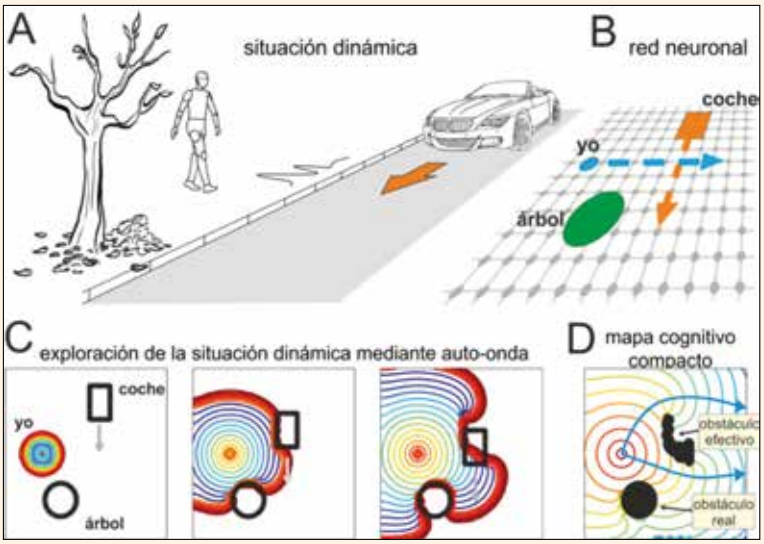
Probablemente uno de los mayores retos a los que se enfrenta la robótica es, paradójicamente, la esencia de sí misma: el desarrollo de un sistema artificial autónomo para el que no existe ninguna referencia. Haciendo un paralelismo con la Neurociencia, esta estudia el cerebro, su organización anatómica, principios funcionales, etc., y para ello toma el propio cerebro como objetivo final para comprender. Por el contrario, la robótica no tiene un 'Robot Final' en el que mirarse y hacia el cual converger. Por ese motivo, y a pesar de los enormes esfuerzos dedicados durante años a la investigación en este campo, los robots no han alcanzado un nivel de desarrollo acorde a las expectativas, ya que los progresos se han producido explorando en paralelo infinidad de alternativas para cada problema relevante (percepción, planificación, razonamiento, movimiento, etc.). De hecho, el crear un marco objetivo de actuación que permita evaluar y comparar los distintos resultados de forma normalizada (plataformas robóticas, protocolos, escenarios, etc.) es una asignatura pendiente de la robótica, pero que, sin embargo, está adquiriendo cada vez una mayor importancia, al ser la única forma de discriminar objetivamente los avances más relevantes en esta área.

Es por estos motivos por los que un campo concreto de la robótica denominado biomimética podría convertirse en la estrategia más fructífera a la hora de desarrollar robots que realmente puedan actuar como seres artificiales autónomos. La biomimética consiste en desarrollar sistemas artificiales inspirados o que remeden características típicas de seres biológicos y que les permitan actuar, en mayor o menor medida, como tales. A pesar de que desde siempre el ser humano ha buscado inspirarse en las soluciones que la propia Naturaleza proporciona, ha sido con el auge de la robótica de los últimos años cuando la biomimética ha empezado a cobrar importancia, tanto en la faceta puramente ingenieril (locomoción, manipulación, equilibrio, etc.) como en el procesamiento de la información y toma de decisiones, esencial para cualquier organismo autónomo. Es de hecho en este último ámbito donde el desarrollo de sistemas artificiales que imitan a los biológicos cobra un mayor sentido.

La inteligencia ha sido considerada desde siempre la característica determinante de los seres humanos frente al resto de los animales, lo que ha conducido al desarrollo de disciplinas como la Inteligencia Artificial, que basándose en nuestra capacidad para resolver problemas complejos, tratan de entender y reproducir dichos procesos en términos computacionales. Si bien los progresos en



La Neurociencia estudia el cerebro y para ello toma el propio cerebro como objetivo final para comprender. Por el contrario, la robótica no tiene un 'Robot Final' hacia el cual converger.

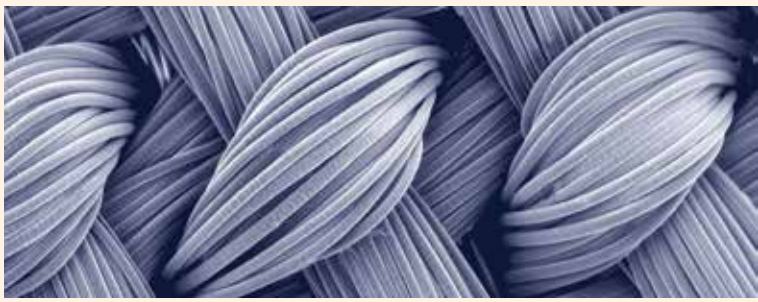


dichas áreas han conducido a avances importantes en cuanto a 'inteligencia sintética' (Google, Siri, 'superación' del Test de Turing, etc.), este enfoque se encuentra quizá 'desenfocado' con respecto a las demandas que tendría un robot real para funcionar en nuestro mundo. Como ya hemos dicho, la inteligencia trata de resolver problemas complejos; sin embargo, y siguiendo la Paradoja de Moravec, "los procesos razonados humanos (inteligencia) necesitan poco esfuerzo computacional, mientras que habilidades sensoriales y motoras (comunes en otros animales) demandan enormes recursos de procesamiento por parte del cerebro". Esto significa que si un robot debe solamente moverse por una habitación evitando chocar con otras personas que están en ella, sería de esperar una mayor dificultad para resolver este problema que para conseguir que dicho robot pueda mantener una conversación con cualquiera de las personas en dicha habitación. Y así es.

En este punto surge entonces una pregunta: si la inteligencia no es capaz de resolver estos 'difíciles problemas simples', ¿cómo lo hace nuestro cerebro? La respuesta está en un conjunto de habilidades de procesamiento y toma de decisiones que subyacen a la propia inteligencia, y que permiten la comprensión rápida y eficaz del mundo que nos rodea: la cognición. Cuando estamos en una habitación abarrotada de muebles y personas, nuestro cerebro es capaz de guiarnos por ella sin ningún esfuerzo y con total naturalidad, resolviendo inmediatamente un problema que trae de cabeza desde hace años a los investigadores en robótica. Por este motivo, la biomimética de la cognición, es decir, la comprensión e implementación de los mecanismos neuronales que soportan la cognición, puede ser una vía fundamental para conseguir equipar a los robots con la capacidad de ejecutar acciones cotidianas de forma versátil y eficaz, convirtiéndose finalmente en los ayudantes artificiales que deseamos que sean.

De lo anterior puede parecer que estamos ante un libro de autoayuda: me dices lo que debo hacer pero no cómo hacerlo. Sin embargo, la implementación de la cognición biomimética en robots comenzó hace algún tiempo, cuando se planteó y desarrolló el concepto de mapa cognitivo (galardonado con el Premio Nobel de Medicina 2014) y se utilizó para la navegación robótica. En pocas palabras, un mapa cognitivo es un mapa del entorno que nos rodea creado por nuestro cerebro y que, lejos de contener solo la información 'geográfica' sobre dicho entorno (nuestra posición, localización de los objetos, sus tamaños y formas, etc.), contiene además las rutas que podemos seguir para movernos por él, es decir las soluciones al problema de la navegación (a modo de un GPS). El éxito de este abordaje es precisamente que permite implementar en robots mecanismos biológicos que usa el propio cerebro para sustentar la cognición de tareas 'sencillas', como navegar, con lo que se trata, a priori, de una solución eficaz y robusta.

Sin embargo, la principal limitación conceptual de los mapas cognitivos es que se aplican fundamentalmente a entornos estáticos, y que nuestro mundo, en el que se deberán desenvolver los robots, es esencialmente dinámico y cambiante. En esta dirección, nuestro grupo de Sistemas Cognitivos y Neurorobótica, en la Facultad de Matemáticas de la Universidad Complutense de Madrid (www.cogneubotics.com), ha propuesto una solución que podría ser un significativo paso delante de cara a dotar a los robots con las herramientas cognitivas necesarias para interactuar con nosotros y nuestro entorno. De acuerdo con nuestra teoría, cuando percibimos una situación que cambia con el tiempo, como por ejemplo un coche que pasa frente a nosotros cuando queremos cruzar una calle, nuestro cerebro la convierte en una representación interna estática, en la que el tiempo no estaría presente. Sería entonces como si el cerebro fuese capaz de tomar toda la información relevante contenida en una película y compactarla en una única fotografía. Esa representación estática de una situación dinámica es lo que llamamos un mapa cognitivo compacto ya que adquiriría la misma estructura que los mapas cognitivos tradicionales (empleados para escenarios no cambiantes) pero generalizados a cualquier situación estática o dinámica. Una consecuencia fundamental de nuestros resultados es que este mecanismo unifica los procesos cognitivos básicos bajo un mismo paradigma, de modo que la comprensión, la memorización y el aprendizaje de las diferentes situaciones con las que deberá lidiar el robot dimanan simultáneamente y de forma natural de los mapas cognitivos compactos. Una de las ventajas de esta teoría es que está construida sobre conceptos que se pueden transformar en matemáticas, de manera que puede ser implementada en robots. ■



ISMAEL SIERRA

"Las Matemáticas me invitan a crear"

Medalla de Oro en la Olimpiada Española de Matemáticas

¿Qué tienen las Matemáticas para despertar sentimientos tan encontrados y extremos? Quienes las temen, dicen de ellas que son difíciles, aburridas y abstractas. Quienes las aman, aseguran que invitan a disfrutar y a experimentar y que son el instrumento perfecto para poder crear. Ismael Sierra se apunta al segundo grupo. Su historia es muy especial, pero no única: cientos de estudiantes destacan en nuestro país por sus altas capacidades. La cuestión es si todos han sabido o podido encontrar el camino adecuado para desarrollar su talento y su vocación.
"Me interesan las matemáticas porque me ayudan a resolver problemas y me invitan a desarrollar herramientas propias para aprender. Para mí el reto ha sido siempre inventar la resolución del problema y no conocer la teoría. Y lo cierto es que he tenido y sigo teniendo oportunidades para disfrutar con lo que hago". Ismael Sierra es uno de esos alumnos que en los años 60 del siglo pasado hubiera sido definido como "niño prodigio". Ahora les definimos con el término de altas capacidades. De una u otra forma, este joven madrileño, de dieciocho años ha llegado muy alto. Medalla de Oro en la Olimpiada Matemática Española en 4.º de ESO y 2.º de Bachillerato, Medalla de Bronce en la Olimpiada Iberoamericana y la Olimpiada Internacional, y ahora estudia con un préstamo que se otorga a los alumnos europeos en la Universidad de Cambridge.

¿Se puede afirmar que las Matemáticas son creativas?

Son creativas porque invitan a tener ideas nuevas, ideas que nadie ha tenido antes. Y eso se puede realizar también en la escuela Primaria, durante la educación obligatoria y en el bachillerato, aunque también es cierto que habría que cambiar algunas cosas de los planes de estudio.

¿Qué habría que cambiar?

Por ejemplo, el plan de estudios normal es muy mecánico, no ayuda a que la gente razone. Tal y como está planteado se da más importancia a saber un teorema o a hacer un ejercicio estándar, que a pensar en ese problema. Pero un teorema se puede estudiar en cualquier momento, lo importante es que los profesores vayan más allá y nos ayuden a despertar la capacidad de pensar. Lo que yo he hecho siempre es resolver primero los problemas y luego conocer la teoría. Es un camino que al principio es más difícil pero con el que se consigue una base más sólida y se pierde el miedo a esta asignatura y a los exámenes.

EN EL IES SAN MATEO

Ismael llegó al IES San Mateo para cursar la modalidad de Ciencias en Bachillerato. Es uno de los centros de excelencia creados en la Comunidad de Madrid para aprovechar el talento de los estudiantes. Llegó después de una trayectoria muy bien diseñada. Estudió en el Colegio San Juan Bautista y ya allí despuntó al obtener el Oro en la Olimpiada de Matemática Española. De esos tiempos recuerda grandes apoyos: "La profesora María Gaspar fue mi primer apoyo, mi mentora. Ella me enseñó a aprender matemáticas de otra manera, aprendí a trabajar de una forma muy creativa y fue una suerte encontrarla, porque, en general, en las aulas no se explican así las Matemáticas. Lo que se pide a los alumnos es que se conozcan los teoremas y se los crean. Yo he tenido la oportunidad de ir más allá desde el principio, en Secundaria y, después, en el Bachillerato, también he podido profundizar algo más en la materia".

> LO MÁS IMPORTANTE EN MATEMÁTICAS ES ENSEÑAR A PENSAR

EN EL CENTRO DE EXCELENCIA SAN MATEO

Ismael no se arrepiente de haber optado por acudir al Instituto San Mateo, un centro de excelencia de la Comunidad de Madrid en el que también ha encontrado espacio para desarrollar su creatividad. Reconoce a los profesores María Gaspar y Roberto Rodríguez, del IES San Mateo, su apoyo: "De ellos he recibido el estímulo y la preparación para presentarme a las pruebas de Cambrige; gracias a él y a María Gaspar hoy estoy en una universidad muy especial".

> FORZAR A ESTUDIAR DE MEMORIA O PLANTEAR EJERCICIOS MECÁNICOS UNA Y OTRA VEZ NO HACE QUE LOS ALUMNOS APRENDAMOS MÁS

¿Qué opinión tienes de la forma en que se enseñan Matemáticas en España?

Yo estoy en una universidad en la que las cosas se hacen de otro modo. En España, los planes de estudio en Matemáticas están enfocados a que los alumnos aprendan a hacer un ejercicio estándar, no a razonar. Yo, personalmente, trabajo de otra forma: es el camino más difícil pero a la vez más seguro, porque vas a los exámenes sabiendo que no pasará nada si te cambian ligeramente el enunciado del problema, que sabrás resolverlo.

Ismael, con su profesora María Gaspar.

¿Cómo es el día a día en Cambridge?

Todos somos alumnos muy comprometidos; tenemos muy pocas horas de clase y mucho de trabajo individual; trabajamos las Matemáticas e intentamos resolver problemas solo por el placer de hacerlos. Procedemos de muy distintos países pero nos une la pasión por las Matemáticas.

¿Y los profesores?

Tenemos distintos tipos de profesores, los que dan las clases generales que son muy numerosas y los supervisores, que trabajan en grupos de dos alumnos como máximo. Con estos debatimos, comentamos los problemas que los alumnos llevamos hechos y ellos nos ayudan a redactarlos y a expresar mejor los resultados. En ambos casos yo percibo un interés enorme por que saquemos lo mejor de nosotros mismos.

¿Qué le pides al futuro?

A mí me gustaría dedicarme a la investigación, me imagino dando clases en la universidad. Me encantaría ganar una Medalla Fields pero no es mi objetivo. Lo que quiero es hacer *mates* y, si puedo, descubrir algo interesante. Hago Matemáticas porque me gusta, como el artista que crea un cuadro.

Crear en Matemáticas... como si fueran Humanidades

Las Matemáticas forman parte de la historia del pensamiento, de las grandes ideas que se van descubriendo en la historia. Por ejemplo, el cero como número fue una gran idea que nos ha cambiado la forma de ver la vida; con la idea de límite hemos sido capaces de avanzar, porque hoy pensamos con la idea de límite; o disponer de las herramientas que nos proporcionó el álgebra, como la idea de ecuación que nos ayudó a simplificar problemas que, de otra forma, eran muy complicados.

CUANDO TIENES UN PROBLEMA QUE NO SALE, TE ENGANCHAS; LAS MATEMÁTICAS ENGANCHAN MUCHO

¿Qué gran idea persigues?

Nunca se sabe. Me gustaría avanzar, pero no sé todavía en qué he de avanzar. Antes de tener ideas propias hay que conocer las ideas que han tenido otros. ■

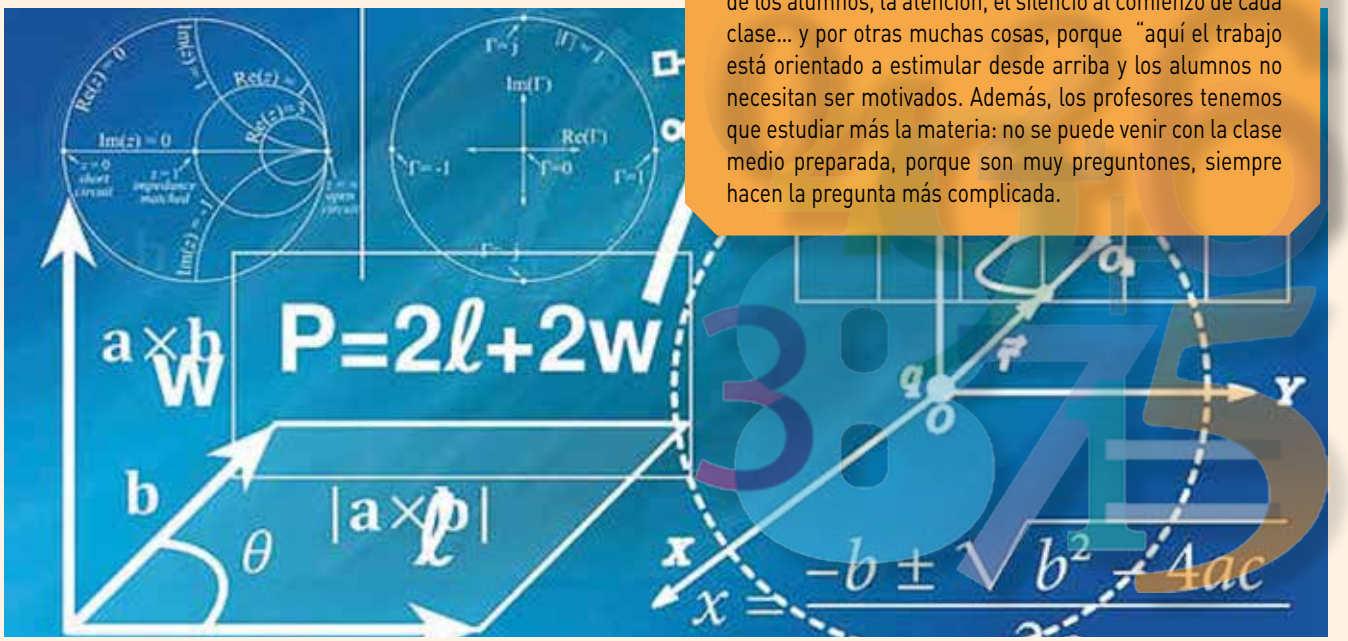
Aurora Campuzano

Roberto Rodríguez, profesor del IES San Mateo

"LAS MATEMÁTICAS SON UNA FORMA DE VIDA"

Roberto Rodríguez es profesor de Matemáticas en el instituto San Mateo y en el Departamento de Matemática Aplicada de la Universidad Complutense de Madrid, además de ser uno de los coordinadores de los seminarios didácticos del Colegio Profesional de la Educación. Desde la docencia, se suma al grupo de aquellas personas que aman las Matemáticas y hacen de ellas una forma de vida: "Un buen profesor intenta sacar lo mejor de cada alumno, y hay algunos con los que puedes ser muy feliz". "Aquí tenemos alumnos con altas capacidades y, a pesar de que las Matemáticas que estudiamos tienen un cuerpo común, el tipo de problemas es distinto al que suelen trabajarse en otros centros y también la forma de profundizar en un tema. A veces la dificultad como profesor está en encontrar el problema adecuado para cada alumno, darle a cada uno el problema que necesita, y desde luego, ser capaz de demostrar que las Matemáticas van a ser el lenguaje con el que va a entender la realidad que le rodea".

Y, pesar de todo, o precisamente por esas circunstancias, Roberto Rodríguez se siente un privilegiado, por el clima de respeto que se vive en el centro, por las ganas de aprender de los alumnos, la atención, el silencio al comienzo de cada clase... y por otras muchas cosas, porque "aquí el trabajo está orientado a estimular desde arriba y los alumnos no necesitan ser motivados. Además, los profesores tenemos que estudiar más la materia: no se puede venir con la clase medio preparada, porque son muy preguntones, siempre hacen la pregunta más complicada.



Este artículo tiene truco

Nelo Maestre
Divermates

Hola, he venido a contarte el tipo de actividades que lleva a cabo el proyecto Divermates, pero antes de meternos en materia, te propongo una cosa: deja de leer un momento y ve a buscar una baraja de cartas. No necesitamos que esté completa. Si no tienes ninguna cerca, también te pueden servir tres tarjetas de visita iguales o tres trozos de papel. Va en serio, no es un simulacro… Ve, te espero por aquí.

¿Las tienes?

Vamos a hacer un juego de magia juntos. Yo te voy a ir dando las instrucciones y tú tienes que seguir los pasos con atención para que esto funcione. Para el juego necesitaremos solo tres cartas, las tres tarjetas o los tres trozos de papel.

Lo primero que vamos a hacer es elegir una carta, o marcar de alguna forma una de las tarjetas. Si eliges una carta, recuérdala y déjala sobre la mesa cara abajo. Si tienes tarjetas, marca una con una gran equis, o lo que te apetezca, y déjala sobre la mesa con el dibujo cara hacia abajo. Ahora pon las otras dos cartas sobre la elegida, también cara abajo. Coge ese paquete de tres cartas y ponlo en la palma de la mano izquierda, cara abajo, como si fueras a repartir. A continuación, empiezan los pasos que hay que seguir para que ocurra la magia.

Paso 1: Para que ese montón tenga algo tuyo te voy a pedir lo siguiente: vas a deletrear tu nombre, da igual que sea tu nombre completo o un diminutivo, elige el que prefieras para utilizarlo durante todo el juego. Para deletrear vas a pasar una carta del paquetito, de arriba hacia abajo, por cada letra de tu nombre. Por ejemplo, como yo me llamo Nelo, tomaría la carta de arriba para la N y la pasaría abajo, y repetiría lo mismo con la E, la L y, por último, con la O. De esta manera, en función de tu nombre, la carta elegida acabará en uno u otro lugar. Como yo no puedo saber cómo te llamas, no tengo ni idea de donde habrá acabado.

Paso 2: Estoy pensando que, para que sea más difícil, vas a volver a deletrear tu nombre, igual que antes, pasando una carta de arriba abajo por cada letra. ¿Lo tienes?

Paso 3: Ahora, para que el montón tenga un poco de magia, vas a deletrear mi nombre -como he dicho antes, mi nombre es Nelo- así que tendrás que pasar una carta de arriba hacia abajo por cada letra: N-E-L-O.

Paso 4: Viene el gran final pero, para complicarlo más todavía, ¡vas a volver a deletrear tu nombre! ¡Esto va a ser el caos total!

Te pido ahora que tomes aire y te concentres: viene la resolución.

Toma la primera carta… La puedes dejar a un lado porque no es tu carta elegida.

Toma la segunda, concéntrate… Tengo dudas, déjala aparte por ahora sin mirarla…

Toma la tercera… No, esta no es la tuya, la tuya es la que dejamos aparte hace un momento, la que estaba en segunda posición

¿Te ha salido?

Experimentar un efecto mágico es algo muy intenso, que podemos aprovechar para generar interés y sorpresa en nuestras clases de Matemáticas. Además muchos juegos sirven para introducir y explicar contenidos de esta materia.

Pero, primero, ¿cómo te sientes ahora mismo? ¿Te ha salido y has intentando averiguar por qué? ¿No te ha salido y has intentando revisar en qué te has equivocado? ¿Has vuelto a leerlo para intentar deducir el secreto? ¿No te has molestado en hacer el juego y ahora estás pensando que no puedes contestar a ninguna de las preguntas anteriores?

Mi nombre como ya sabes es Nelo, Nelo Maestre, y soy el fundador y creador del proyecto Divermates. Nuestro trabajo consiste en acudir a centros de Primaria y Secundaria a impartir talleres y conferencias en los que nos acercamos a las Matemáticas de una manera diferente, intentando por encima de todo sorprender a los alumnos. Para ello buscamos contenidos, no siempre equivalentes a los del currículo, que nos permitan relacionar las Matemáticas con la vida cotidiana y llevar a cabo actividades manipulativas: pompas de jabón, música, criptografía, perspectiva, ilusiones ópticas, mosaicos, cristalografía, origami y, por supuesto, magia son algunos de los contenidos que impartimos en nuestros talleres, buscando siempre el equilibrio entre diversión y aprendizaje.

Y para que esa diversión esté siempre presente, utilizamos también los recursos formales de la magia como espectáculo escénico atendiendo a las técnicas de comunicación, al ritmo escénico, a los mecanismos de captación de atención, las pausas, la comedia… De esta forma conseguimos que, cuan-

do toca el timbre, los estudiantes prefieran seguir adelante con nuestras "divermates", en vez de bajarse al patio. Y por si te lo preguntas, también hacemos todo lo que podemos para ayudar a los profesores, a través de conferencias, seminarios y cursos de formación.

La magia, como decíamos, genera un gran impacto emocional en los espectadores, y cuando algo es emocionante, es memorable; por eso es una herramienta tan interesante para captar la atención de los alumnos. Pero, además, un juego de magia lleva implícito un misterio, una pregunta, algo que los espectadores, en este caso los estudiantes, quieren descubrir. Creo que uno de los errores más graves que cometemos, a la hora de gestionar la asignatura de Matemáticas, es empeñarnos en darles a los chavales un montón de respuestas a preguntas que aún no se han planteado.

Pongamos un ejemplo: cuando se introduce la Trigonometría se suele arrancar dando un montón de definiciones y fórmulas, que son difíciles de entender, pero que, sobre todo, hacen que te preguntes "¿Por qué todo esto ahora mismo?"

Qué pasaría si, en vez de dar la respuesta primero, diésemos la pregunta: "Esta mañana, viniendo para acá en el coche, no me preguntes por qué, he pensado: ¿cuál será la altura del edificio del colegio? No se me ha ocurrido cómo calcularlo más que usando una cinta métrica muy larga, que me alcanzase desde el tejado al suelo. Pero entonces me he dado cuenta de que no me puedo subir al tejado y, además, he pensado: ¿cómo habrán medido la altura de la Torre Eiffel por ejemplo? ¿Tendrán una cinta métrica tan larga?"

Y ahora, lo más importante: dejemos que ellos busquen una respuesta, que debatan, que intercambien opiniones, que empiecen a empaparse de ese enigma y que comiencen a necesitar encontrar esa respuesta. En ese momento el aprendizaje es algo que se aborda de distinta manera, pues ya tienen una pregunta fuertemente establecida en su cerebro, y ansían una respuesta, porque el ser humano es curioso por naturaleza, incluso los seres humanos de 12 años del siglo XXI. De esta forma habremos "arado" el campo que queremos sembrar, y vamos a sacar mayor rendimiento a esas semillas de conocimiento que estamos lanzando, muchas veces en un terreno que no está preparado para que germine nada en él.

Pero volvamos a nuestra pregunta: ¿cómo he podido adivinar cuál era la carta? ¿En realidad la posición depende del nombre de cada uno? Analicemos lo que ha sucedido en el juego con detalle y utilizando los recursos que nos dan las Matemáticas.

¿Cuántas cartas hemos pasado de arriba hacia abajo? No sabemos cómo se llama cada espectador, así que supongamos que el nombre de la persona que hace el juego tiene n letras. De esta forma hemos pasado n+n+4+n = 3n+4. Por otro lado, como el montón de cartas solo tiene tres, cada vez que pasamos tres cartas volvemos a la situación inicial. Es decir, los movimientos de cartas en el montón se pueden estudiar análogamente a un conjunto de clases de equivalencia de orden 3. En nuestros talleres aprovecharíamos para explicar los conceptos básicos de "aritmética del reloj" y cómo sirven, no solo para hacer juegos de magia, sino también para crear toda la seguridad de comunicaciones por internet.

Volviendo al juego de magia, si lo piensas un poco queda bastante claro que en cuanto deletreo 3 veces el mismo nombre, esa cantidad de pasos, que es un múltiplo de 3, no altera la posición del montón. De forma que la única modificación es avanzar las 4 cartas que corresponden a las letras de Nelo, y esa modificación es la misma en el paquete de cualquier persona que ejecute el juego. Por tanto, cuando termines el proceso de deletreos tendrás la carta elegida en la posición central.

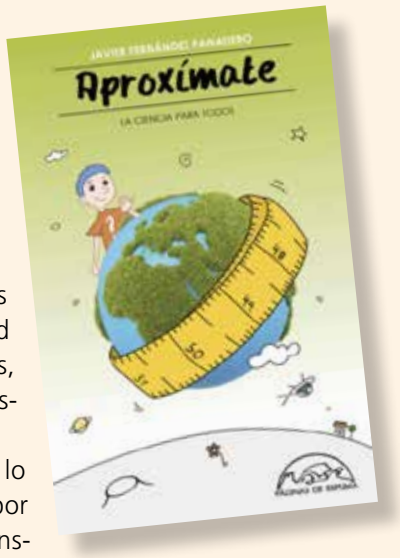
Como ves, podemos aprovechar este juego para explicar varios conceptos como, por ejemplo, múltiplos y divisores, que es uno de tantos contenidos que a veces parece que no tienen aplicación en la vida real y, a través de este juego y de la introducción del concepto de aritmética del reloj, acabamos dándole una utilidad práctica.

Si quieres más juegos de magia basados en principios matemáticos, hay muchos ejemplos en la red (**Divulgamat, magiaymatematicas.blogspot.com.es** y en nuestro blog **divermates.es/blog**) y en los libros de Martin Gardner o de Fernando Blasco, entre otros.

Si queremos cambiar la forma en que la sociedad percibe las Matemáticas tenemos que conseguir que sean emocionantes, y también tenemos que rendirnos a la evidencia de que las Matemáticas más sofisticadas no tienen una "belleza" fácil de percibir por una persona profana. Por eso, creo que, como amantes de esa belleza debemos buscar la forma de compartirla y la magia, o la "matemagia" más concretamente, es una herramienta genial para que los estudiantes aprendan a percibir la asombrosa manía que tienen las Matemáticas de colarse en la cosa más pequeña para convertirla en algo hermoso, equilibrado y sorprendente. ■

Aproxímate

Javier Fenández Panadero
IES Vicente Aleixandre (Pinto)
lacienciaparatodos.wordpress.com



Si no usas los números a tu favor, alguien los va a usar en tu contra. Es así de sencillo.

En la enseñanza y divulgación de la ciencia tenemos un problema: nuestro saber se construye empíricamente, pero la comunicación se hace por puro y duro argumento de autoridad.

Somos el experto n+1 que les dice que es mentira lo que dijo el anterior y que es verdad lo que dice él, argumentando con... papeles, estudios, opiniones de otros expertos. Lo mismo que trae cualquier charlatán.

Podréis pensar que no es lo mismo, que lo nuestro son artículos científicos revisados por pares, pero formalmente, para el público no instruido en ciencias no hay gran diferencia, tienen que confiar en nosotros.

A veces realizamos demostraciones (cacharritos, como digo yo), más o menos caseros o sofisticados, para revestir de "experimentalidad" nuestras afirmaciones, pero es falaz. No digo que no funcione, digo que es falaz. Como la publicidad.

Pensemos: yo les hago flotar un imán y les cuento un montón de historias sobre los espines o los orbitales o los dominios magnéticos... ¿De verdad que toda esa explicación se deriva del experimento? En realidad no, de hecho, persisten explicaciones incorrectas a experiencias populares entre profesores y divulgadores.

Esto es un grave problema y no tiene fácil solución. Como digo, podemos seguir usando el argumento de autoridad, o esa "falacia experimental" de la que os hablaba, pero supongo que no nos gusta.

En mi opinión la solución pasa por dos caminos.

1. Entregarles el poder.

Y el poder se llama, Matemáticas.

Hay multitud de conclusiones a las que se puede llegar sobre eventos cotidianos, decisiones que debamos tomar, o fenómenos que nos rodean, con unas matemáticas sencillas (que de hecho, ya saben), con las cuatro operaciones básicas y porcentajes.

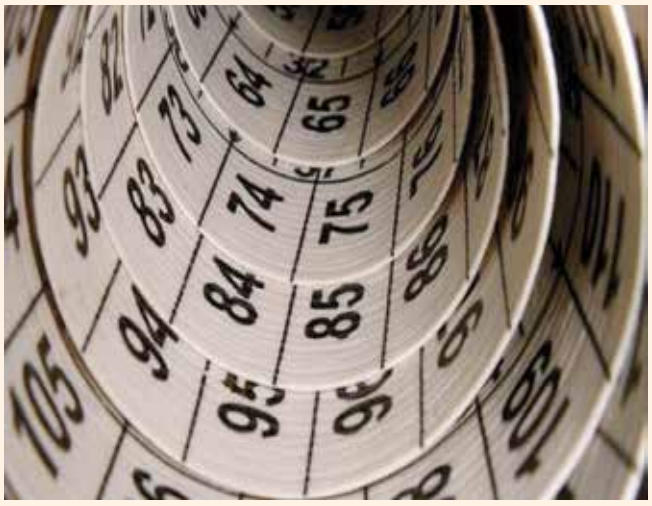
Ese sería el primer camino: enseñemos cómo usar esas matemáticas y démosles el poder de llegar a sus propias conclusiones (ahora sí), y no tener la obligación de creernos.

Cosas tan simples como: "¿cuántas veces pago más por el agua embotellada que por el agua de grifo?" "¿cuánto pollo hay en una pastilla de caldo de pollo?" Son divertidos ejercicios, experimentos, en los que realmente es el que nos escucha el que mide y el que, por lo tanto, sabe, más allá de opiniones suyas, mías o de cualquier otro experto.

2. Contémosles cómo trabajamos

Hay cosas que ellos no pueden hacer en su cocina con una calculadora, por eso hemos construido aceleradores de partículas.

En estos casos, no les queda otra cosa que creernos, que confiar en el consenso de la comunidad científica. Lo que está en nuestra mano es cultivar esa confianza y afianzarla.



Para afianzarla es necesario que, como comunidad científica, seamos confiables; que cuidemos nuestros procedimientos y cultivemos las mejores prácticas.

Pero para cultivarla es necesario que comprendan nuestros métodos y entiendan que son razonables y la mejor aproximación a la comprensión del mundo.

Por ejemplo, ¿por qué el estudio de un medicamento tiene que ser estadístico sobre un grupo aleatorio? ¿Por qué debe ser a doble ciego? Hay sencillos y divertidos juegos de "adivinación" para mostrar lo primero, o podemos hacer catas de productos para ver cómo lo más caro o popular no tiene por qué ser lo mejor. Y esta ciencia "a escala" en la que ellos de nuevo pueden hacer los cálculos y obtener los resultados puede llevarles a construir la confianza necesaria en nuestros métodos.

Esto creo que nos lleva a un tipo de enseñanza y divulgación de las Matemáticas en las que toman relevancia no tanto los algoritmos de cálculo o los curiosos ejemplos construidos ad hoc, como los problemas cotidianos y los cálculos aproximados.

El conocimiento de en qué ocasiones y de qué forma las Matemáticas pueden modelar y arrojar resultados relevantes sobre el mundo en el que vivimos podría ser la manera en la que conocieran la belleza que vemos y amamos en las Matemáticas y la Ciencia.

De todas formas, esto ocurre mientras se preparan unas oposiciónes es en las que se han sorteado los tribunales por la letra del apellido y en las que se entregarán unas notas como cinco cifras significativas. Ambos hechos vergonzosos desde el punto de vista científico y legal.

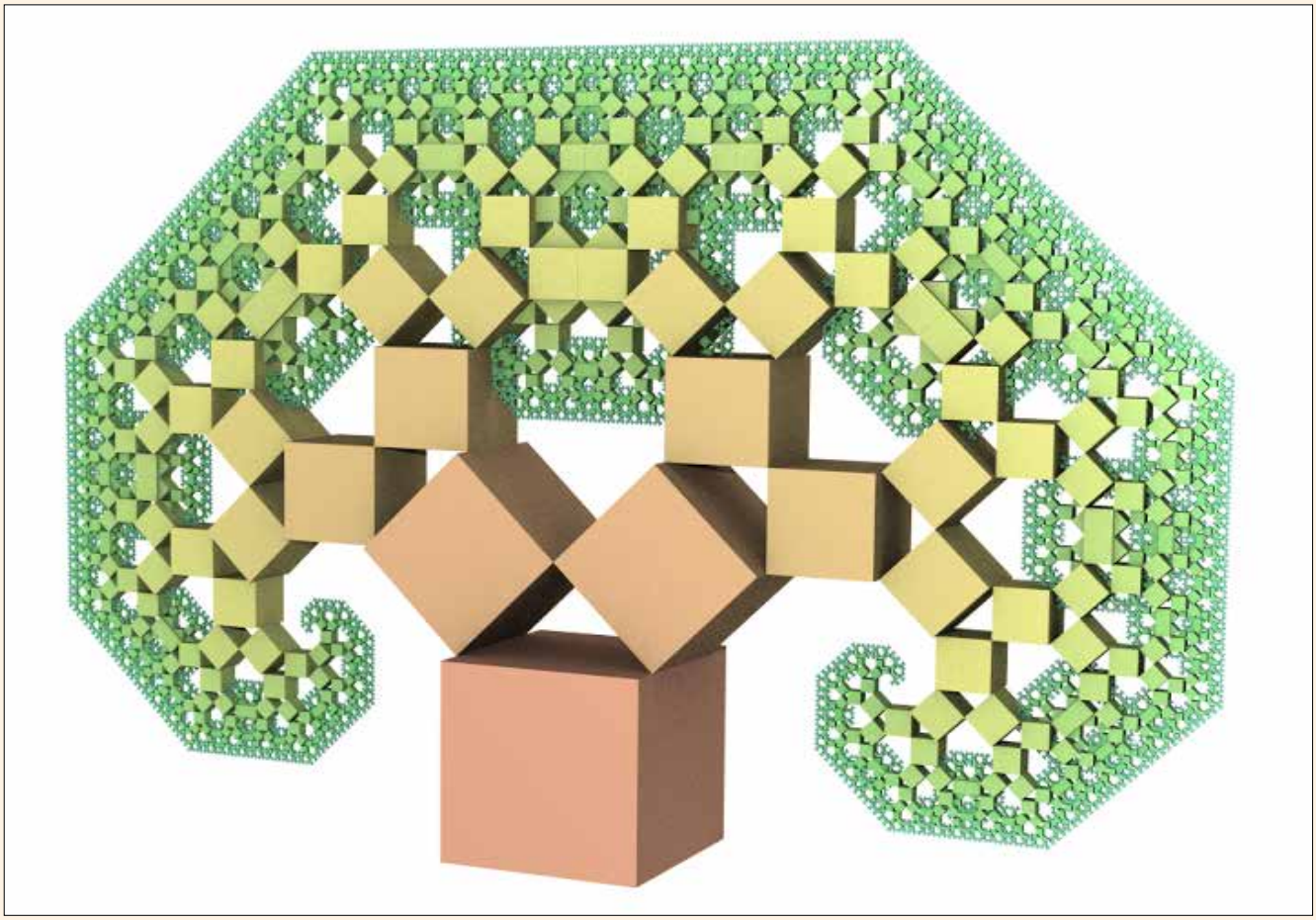
Muchas cosas se sortean usando la primera o las dos primeras letras del apellido: tribunales de oposición, acceso a centros de formación, etc.

¿Cuál es el problema? Pues que cada uno se llama como puede… y hay apellidos más frecuentes que otros. Debido a esta distribución no uniforme, esto resulta profundamente injusto. Por ejemplo, alguien que esté al final de la N con el mogollón de gente con la M y otro poquito bien gordo con la L, que se despida de salir para lo que sea, para bien o para mal. Por otra parte, salga X, Y o Z es en la práctica muy parecido a que salga A. Por lo tanto, los de la A tienen cuatro veces más probabilidades de salir de lo que debería.

Pero vayamos a un caso más extremo. ¿Qué ocurre si en tu letra hay 10 personas por delante de ti, y las plazas que se sortean son 8? Efectivamente, tu posibilidad de salir es CERO, incluso si sale tu letra.

Queda mucho trabajo por hacer. ¿Empezamos?

Si os gusta esta manera de acércanos a la Ciencia, os animo a que le echéis un ojo a mi último libro de divulgación, *Aproxímate.*



MATEMÁTICAS y algo más

María José Rey Fedriani (@mariaJRFedriani)
Colegio Base (Madrid).

Desde hace algunos años imparto la asignatura de Matemáticas en los dos grupos de 3.º de ESO de mi centro. Contamos con una PDI en cada aula y todos los alumnos asisten a clase con un ordenador portátil. En este contexto, de forma regular a lo largo del curso, les planteo algunas tareas relacionadas con las Matemáticas pero que impliquen otras disciplinas: Literatura, Arte, Geografía, Tecnología, etc.

Aprovechando el aniversario del nacimiento de Wassily Kandinsky (1866–1944), en el pasado mes de diciembre, propuse a mis alumnos elegir libremente una obra de este pintor ruso y realizar una composición lo más parecida posible utilizando el programa GeoGebra.

Imagen 1. Covadonga Soler (3.ºB) a partir de Black and Violet.

Imagen 2. Miguel Domínguez (3.ºA) a partir de Composición VIII.

Imagen 4. Lucía Pueyo (3.ºB) a partir de Con y contra.

Imagen 3. Claudia Petidier (3.ºA) a partir de Transverse line.

Estos son algunos de los resultados obtenidos. **(Imágenes 1, 2, 3 y 4).**

La utilización del programa de geometría dinámica generó el reconocimiento de los polígonos y las figuras circulares en estas obras, así como el estudio de las relaciones de paralelismo o perpendicularidad entre los segmentos correspondientes.

Uno de los objetivos al plantear este trabajo era que los estudiantes reconocieran la importancia de la geometría en el ámbito artístico. Con estos cuadros de Kandinsky resultó fácil y atractivo para ellos, al mismo tiempo que desarrollaban su dominio del programa GeoGebra, que seguimos utilizando a lo largo del curso.

Tras las vacaciones navideñas, aprovechando que debíamos repasar y reforzar la resolución de ecuaciones de primer y segundo grado (estudiadas ya en los cursos anteriores) planteé otra tarea a mis estudiantes: por grupos, debían diseñar un videojuego de Matemáticas con este tipo de ecuaciones preparado para los alumnos de 1.º y 2.º de ESO.

En la propuesta les abrí la posibilidad de utilizar ActivInspire (software de la PDI), Scratch o cualquier otro programa que les pareciera útil para crear un videojuego. Como parte de la tarea también debían crear un blog en el que se detallara el proceso de diseño del juego y el rol que cada componente del grupo asumía en él.

Una vez organizados los grupos e iniciado el trabajo, dedicamos una sesión a la investigación y la comparación de los videojuegos creados en los dos cursos anteriores. La posibilidad de contrastar sus ideas iniciales con los proyectos realizados por otros alumnos en condiciones similares fue muy provechosa para ajustar los diseños. Detectaron errores, se cuestionaron las dinámicas del juego, encontraron elementos que los hacían más atractivos, etc.

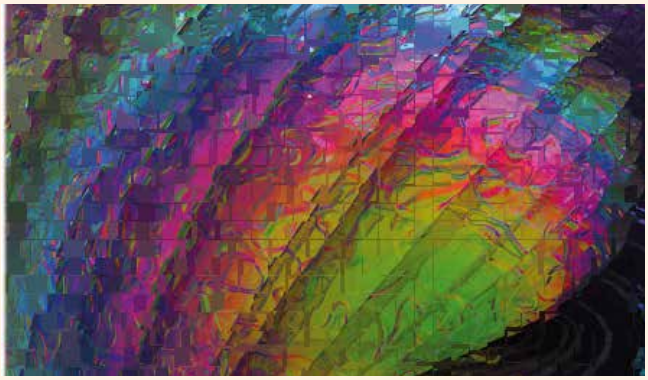
Juego realizado con ActivInspire.

Juego realizado con Scratch.

A continuación, en varias sesiones de clase, desarrollaron los proyectos. Además del manejo del programa informático elegido, tuvieron que enfrentarse a la dificultad de encontrar las ecuaciones adecuadas para el funcionamiento del juego, es decir, que los alumnos deben convertirse en "creadores" de ecuaciones o de problemas con los resultados necesarios para pasar las pantallas o completar el tablero del juego.

Antes de finalizar la tarea, en la penúltima sesión organizamos un taller de diseño participativo. Dado que los alumnos de los cursos anteriores, a los que están dirigidos los videojuegos, aún no habían estudiado las ecuaciones en sus cursos respectivos, invité a algunos estudiantes de 4.º de ESO para que sirvieran de probadores a los equipos de trabajo. Ellos habían realizado esta tarea el curso anterior y conocían el proyecto. Cada grupo recibió a sus usuarios del juego y le dio algunas indicaciones para que pudieran utilizarlo. Los miembros de los equipos tomaron notas o grabaron a sus "invitados". Todos terminaron muy contentos con la experiencia, los mayores porque se sorprendieron mucho de la calidad de los videojuegos presentados y los pequeños porque se sintieron muy reconocidos por las críticas positivas que recibieron.

En una última sesión, los alumnos terminaron los juegos y pudimos invitar a los compañeros de 1.º y 2.º para



que los usaran finalmente. Una clase diferente con la que celebramos el Día de las Matemáticas en el centro.

Mi valoración de este proyecto es muy positiva, tanto por el aprovechamiento de los alumnos a nivel matemático como por el clima de trabajo y colaboración que vivimos en el aula realizando estas tareas. Ciertamente es un poco difícil arrancar con la idea y es complicado usar software no especializado en Matemáticas para hacer actividades de esta asignatura, aunque mis alumnos están habituados al uso del ordenador, pero soy consciente de las dificultades que se encuentran en este terreno. Sin embargo, la motivación y el esfuerzo de los estudiantes ante el reto compensan todos los inconvenientes.

Juego realizado con Scratch.

Juego realizado con ActivInspire.

Juego realizado con ActivInspire.

Juego realizado con Scratch.