

Fourier y su tiempo.

José M. Vegas

UCM

11/05/2011

« Il y avait à l'Académie des sciences un Fourier célèbre que la postérité a oublié, et dans je ne sais quel grenier un Fourier obscur dont la postérité se souviendra. »

Victor Hugo, "Los Miserables".

matin
la



Portrait de Joseph Fourier par Jules Boily, 1823
© Académie des sciences - Institut de France



Caricature de J. Fourier (1768-1830) et de A.M. Legendre (1752-1833)
par L. Boilly (1761-1845). Extrait d'un album de 73 portraits-charge aquatellés.

- **Revolución: Asamblea, Convención, República** (1789 - 1793).
- **Comité de Salut Publique- Terror** (1792 - 1795).
- **Napoleón: Directorio e Imperio** (1795 - 1798 - 1815).
- **Restauración** (1815 - 1830).

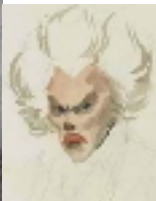
Los "cinco grandes"

Matemáticos franceses de la Revolución

- **Lagrange (1736 - 1813).**
- **Laplace (1749 - 1827).**
- **Legendre (1752 - 1833).**
- **Carnot (1753 - 1823).**
- **Monge (1746 - 1818).**



Lagrange



Legendre



Laplace



- Influencia de ilustrados y enciclopedistas.
- **Grandes reformas educativas. Condorcet**, “los ideólogos”.
 - Educar **ciudadanos y “técnicos”** para la República.
 - **Fracasa**: falta de recursos, choque con la realidad.
- **Grandes instituciones superiores (1794-95)**.
 - **École Normale Supérieure (Carnot)** (falta de maestros).
Dura poco.
 - **École Centrale des Travaux Publics (Carnot y Monge)**
-> **École Polytechnique**. Mejor organizada.

Convención y Terror

- **1793**: entra en el Comité revolucionario. “... *deseo sublime de establecer un gobierno liberado de reyes y sacerdotes, y liberar el suelo de Europa de este doble yugo*”.
- En desacuerdo con el Terror, pero no consigue salir del comité.
- Problemas en Orléans. Encarcelado por “hebertista” a pesar de informe favorable.
- Muerte de Robespierre -> resulta liberado.
- **1795**: Enviado por Auxerre a la **Ecole Normale**. Alumno de **Lagrange** y **Monge** (muy apreciados) y **Laplace** (menos). Considerado el *mejor estudiante*.
- Enseña en el *Collège de France*. Gran profesor. Vuelve a ser arrestado. **Monge** (y los alumnos) intercede y es liberado (cambio político).
- **1797**: sucede a Lagrange (cátedra de *Análisis y Mecánica*).

Tableau des occupations de Fourier au collège d'Auxerre de 1790 à 1794 (2)

Juillet 1790	Rédaction du plan Rosman	Mauger, p. 271
5 octobre 1790	Professeur de troisième	Cestre, p. 95
13 octobre 1791	Professeur d'histoire et de philosophie (qui contient la physique)	Cestre, p. 110-111
3 novembre 1792	Comme en 1791, il existe aussi un cours de « Hautes Mathématiques », mais on ne dit pas qui le donne	Cestre, p. 121
14 avril 1793	Professeur de rhétorique	Cestre, p. 128
12 janvier 1794	Professeur d'éloquence	Cestre, p. 149-150
1 ^{er} frimaire, an III	Professeur d'éléments de cosmographie et de statique, troisième professeur de mathématique	Cestre, p. 159

- 1^o termidor año III = 24 julio 1794: Ejecución de Roberpierre.
- 1^o frimario año III = 21 noviembre 1794. Poco antes de ir a la Normal.

- **1798:** Enviado a la campaña de **Egipto** con Monge.
 - Labores administrativas muy importantes (piezas arqueológicas, labor política directa como “gobernador civil”).
- Secretario permanente del **Instituto del Cairo**. Empieza “**Descripción de Egipto**”.
- **1801:** Vuelve a Francia. Napoleón le nombra **prefecto del Departamento de Isère**. Reside en **Grenoble**.
- **Gran administrador:** desecación de pantanos, carretera Grenoble - Turín.

Investigación en Grenoble

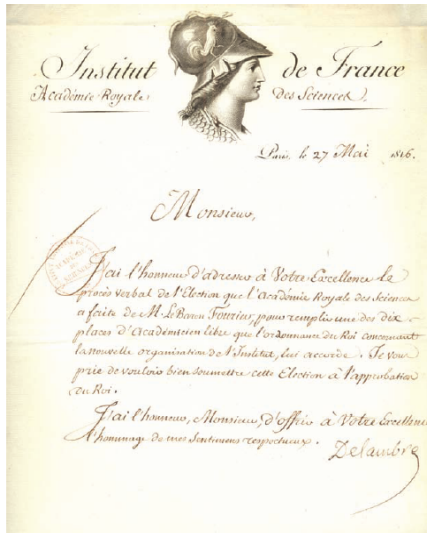
- *Propagación del calor en sólidos (1804-...)*. Presentado al **Institut de France** (21-12-1807).
- Comisión: **Lagrange, Laplace, Monge, Lacroix**. Surgen problemas:
 - **Lagrange** y **Laplace**: quejas sobre la representabilidad en serie trigonométrica de “funciones arbitrarias” (**D’Alembert, Euler**).
 - **Biot**: Había deducido la ecuación de difusión antes, aunque mal. **Poisson** tampoco está de acuerdo.
- **Premio del Instituto** para trabajos sobre la propagación del calor. Lo gana Fourier (con pseudónimo), pero subsisten las quejas (que hacen que no se publique):
 - *“la forma en que el autor llega a estas ecuaciones no está exenta de dificultades y su análisis para integrarlas deja todavía bastante que desear en cuanto a generalidad e incluso rigor”*.
 - Comienza la **enemistad con Poisson**.

Problemas con Napoleón

- **1814:** “Batalla de las Naciones” (Leipzig). Ocupación de París por la Coalición.
- Napoleón desterrado a Elba. Fourier se inventa “desórdenes” para que no pase por Grenoble.
- Gobierno de los “Cien Días”. Paso por Grenoble. Fourier huye para avisar al Rey. Vuelve y es arrestado.
- Napoleón le nombra **Prefecto de Lyon**. Acepta pero renuncia pronto por la política de represalias.
- Tras **Waterloo**, despojado de todos sus títulos (barón) y trabajos.
- Un ministro (antiguo alumno) le da trabajo en el **Bureau des Statistiques**. Tiene tiempo para investigar.

Final "feliz"

- Votado para la Academia (reestablecida, suspendido el Instituto), es rechazado por el Rey.
- **1817:** Vuelto a elegir, esta vez sí.
- **1822:** Muere Delambre, Secretario de la sección matemática: es nombrado Fourier.
- **1822:** Publicación (¡por fin!) de la *Théorie analytique de la chaleur* (ya aprobada por Delambre).
- **1830:** Muere a consecuencia de un infarto. Obituario (muy sentido) de **Arago**.



Procès verbal de l'élection de Fourier à l'académie, signé par Delambre, l'un des deux astronomes qui déterminèrent le mètre.

© Académie des Sciences - Institut de France

La teoría analítica del calor

- Laplace, Biot, ...
- Teorías "corpúsculares" (vibración molecular) o fluido.
- Ley de enfriamiento de Newton: calor transmitido proporcional a la diferencia de temperaturas.

« *les différents corps ne possèdent point au même degré la faculté de **contenir la chaleur**, de la recevoir, ou de la **transmettre à travers leur superficie**, et de la **conduire dans l'intérieur de la masse**. Ce sont ces **trois qualités spécifiques** que notre théorie distingue clairement, et qu'elle apprend à mesurer. »*

$$\left\{ \begin{array}{l} \frac{\partial u}{\partial t} = k \frac{\partial^2 u}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 u}{\partial y^2} \text{ para } x \in \left(-\frac{\pi}{2}, \frac{\pi}{2}\right), y > 0, t > 0 \\ u = 0 \text{ para } x = \pm\pi/2, y > 0 \\ u = 1 \text{ para } y = 0 \end{array} \right.$$

Solución estacionaria:

$$\frac{\partial u}{\partial t} = 0$$

- Separación de variables: $u(x, y) = X(x)Y(y) \implies$

$$\frac{X''(x)}{X(x)} + \frac{Y''(y)}{Y(y)} = 0 \implies \frac{X''(x)}{X(x)} = -\frac{Y''(y)}{Y(y)} = \lambda$$

- Aplicar la condición de contorno $u = 0$ para $x = \pm\pi/2$ **antes** de la separación implica:

$$\lambda = -n^2 \quad (n \text{ impar}) \implies X_n(x) = \cos nx, \quad n \text{ impar}$$

- Soluciones particulares: $e^{-ny} \cos nx$ con n impar.

« *Quand Fourier, dans un de ses premiers travaux sur la chaleur, présenté à l'Académie des sciences le 21 décembre 1807, énonça pour la première fois cette proposition, qu'une fonction donnée (graphiquement) d'une manière tout à fait arbitraire pouvait s'exprimer par une série trigonométrique, cette assertion parut à Lagrange si inattendue, que l'illustre vieillard la contesta de la manière la plus formelle. Il doit encore exister dans les Archives de l'Académie une pièce écrite (ein Schriftstück) à ce propos. »*

Fourier », a une particularité : la seconde page n'est pas de la main de Lagrange. La première page, écrite par Lagrange, prétend montrer que l'équation

$$\frac{1}{2}x = \sin x - \frac{1}{2}\sin 2x + \frac{1}{3}\sin 3x - \frac{1}{4}\sin 4x + \dots$$

aboutit à une contradiction. La seconde a l'allure d'un brouillon et elle est de la main de Fourier ; elle démonte point par point l'argumentation de Lagrange et conclut en tout petit, au bas de la page :

« En général on ne peut point séparer l'usage d'une équation de ce genre des limites entre lesquelles les valeurs de la variable doivent être considérées. »

Dans le cours du texte de Fourier figurent des inégalités strictes et le fait qu'elles ne peuvent être remplacées en y incluant les bornes.

« L'étude approfondie de la nature est la source la plus féconde des découvertes mathématiques. Non seulement cette étude, en offrant aux recherches un but déterminé, a l'avantage d'exclure les questions vagues et les calculs sans issue ; elle est encore un moyen assuré de former l'analyse elle-même, et d'en découvrir les éléments qu'il nous importe le plus de connaître, et que cette science doit toujours conserver : ces éléments fondamentaux sont ceux qui se reproduisent dans tous les effets naturels.

On voit, par exemple, qu'une même expression, dont les géomètres avaient considéré les propriétés abstraites, et qui sous ce rapport appartient à l'analyse générale, représente aussi le mouvement de la lumière dans l'atmosphère, qu'elle détermine les lois de la diffusion de la chaleur dans la matière solide, et qu'elle entre dans toutes les questions principales de la théorie des probabilités. »

(Joseph Fourier, Théorie analytique de la chaleur), Discours préliminaire

« *M. Poisson n'aurait pas dû reproduire dans son rapport une phrase peu adroite de feu M. Fourier, où ce dernier **nous fait reproche, à Abel et à moi**, de ne pas nous être occupés de préférence du mouvement de la chaleur. Il est vrai que M. Fourier avait l'opinion que le but principal des mathématiques était l'utilité publique et l'explication des phénomènes naturels ; mais un philosophe comme lui aurait dû savoir que le but unique de la science, c'est **l'honneur de l'esprit humain**, et que, sous ce titre, **une question de nombres vaut autant qu'une question du système du monde.** »*

(C.G.J. Jacobi, carta a Legendre, 2 julio 1830)