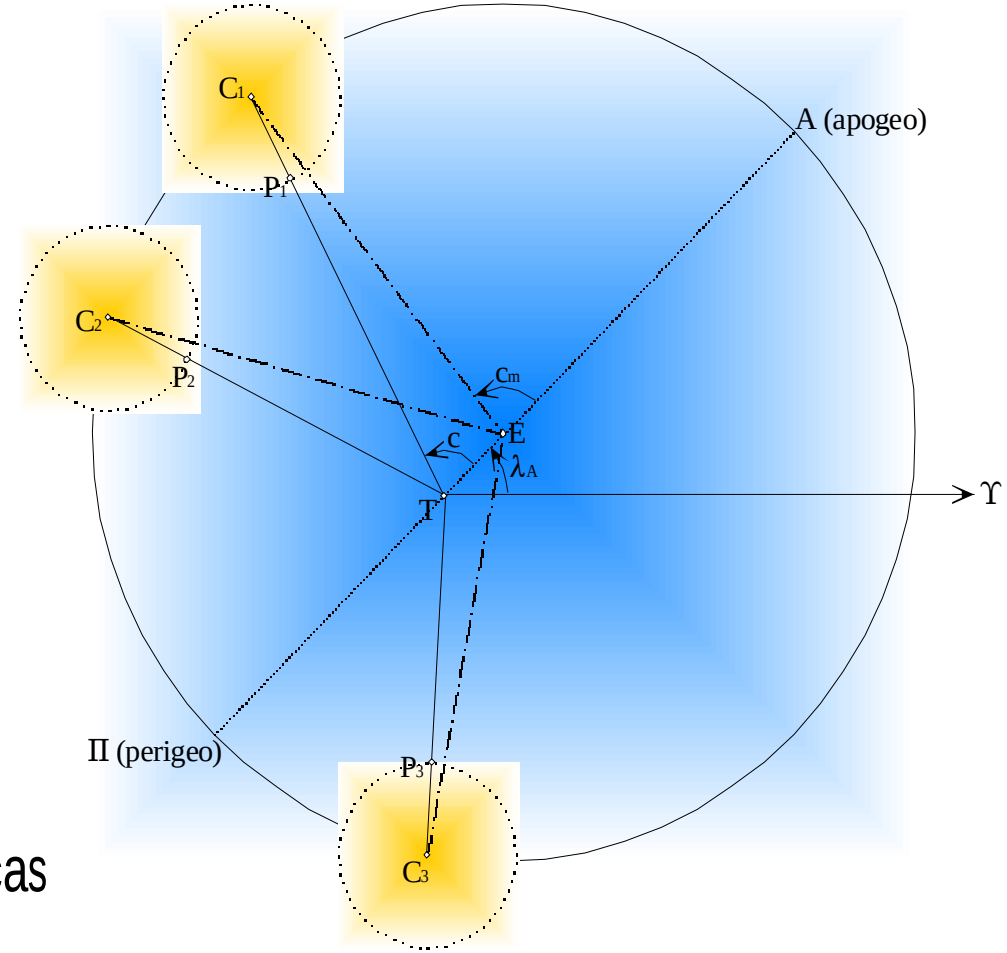
Claudio Ptolomeo

El señor de los epiciclos



Antonio Arribas

Seminario de Historia de las Matemáticas

11 abril 2012

Claudio Ptolomeo

Alejandría

100 – 170 AD

Obras:

Astronomía: Almagesto, Hipótesis planetarias, Tablas manuales, Planisferio y Analemma

Astrología: Tetrabiblos

Geografía

Óptica

Harmónica

Meteorología: Fases

El Almagesto

Matematica Sintaxis (Tratado matemático)

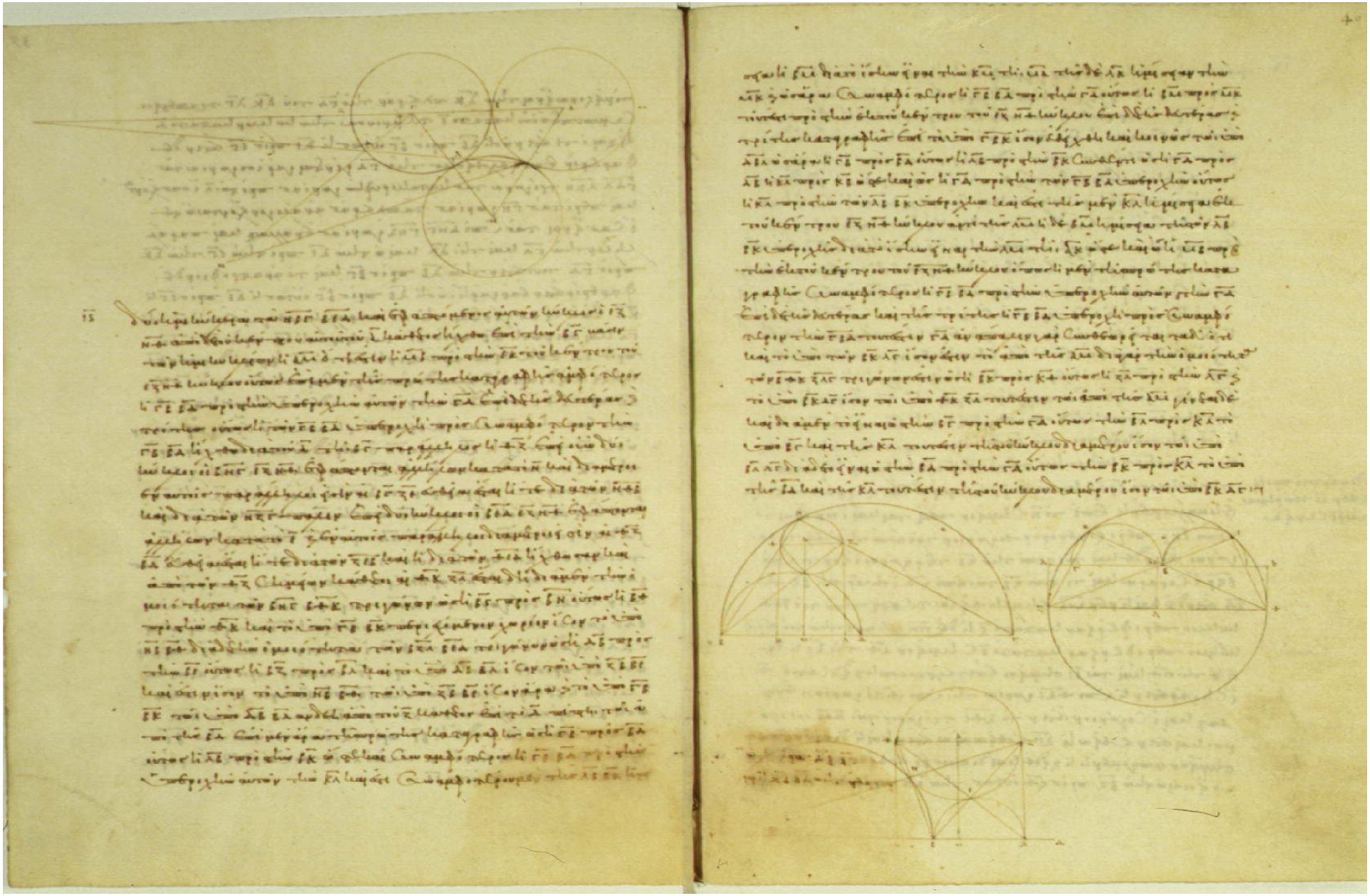
Megale Sintaxis (El Gran Tratado)

Megiste Sintaxis (El más grande)

Al Magisti (árabe)

Almagestum

Una página del Almagesto (Vaticanus graecus 1594, siglo IX)



Traducciones

Al árabe: Ishāq ibn Hunain y Thābit ibn Qurra (c. 870)

Al latín: Gerardo de Cremona (c. 1175)

Al francés: Halma, Delambre (1813-16)

Edición crítica y de referencia del texto griego: Heiberg (1898-1903)

Al alemán: Manitius (1912-13)

Al inglés: G.J. Toomer (1984)

Ediciones

Primera edición impresa: Venecia 1515, la versión latina de Gerardo de Cremona

Edición *princeps*: Basilea 1538 (Regiomontano)

El Almagesto

I: Generalidades sobre el Universo. Trigonometría plana y esférica.

II: Astronomía esférica.

III: Teoría del Sol.

IV y V: Teorías de la Luna.

VI: Eclipses.

VII y VIII: Estrellas fijas. Catálogo estelar.

IX – XI: Teoría de los planetas. Cálculo de la longitud.

XII: Planetas: retrogradaciones; puntos estacionarios.

XIII: Planetas: cálculo de la latitud eclíptica.

Principios generales:

Esfericidad de la Tierra y del Cielo

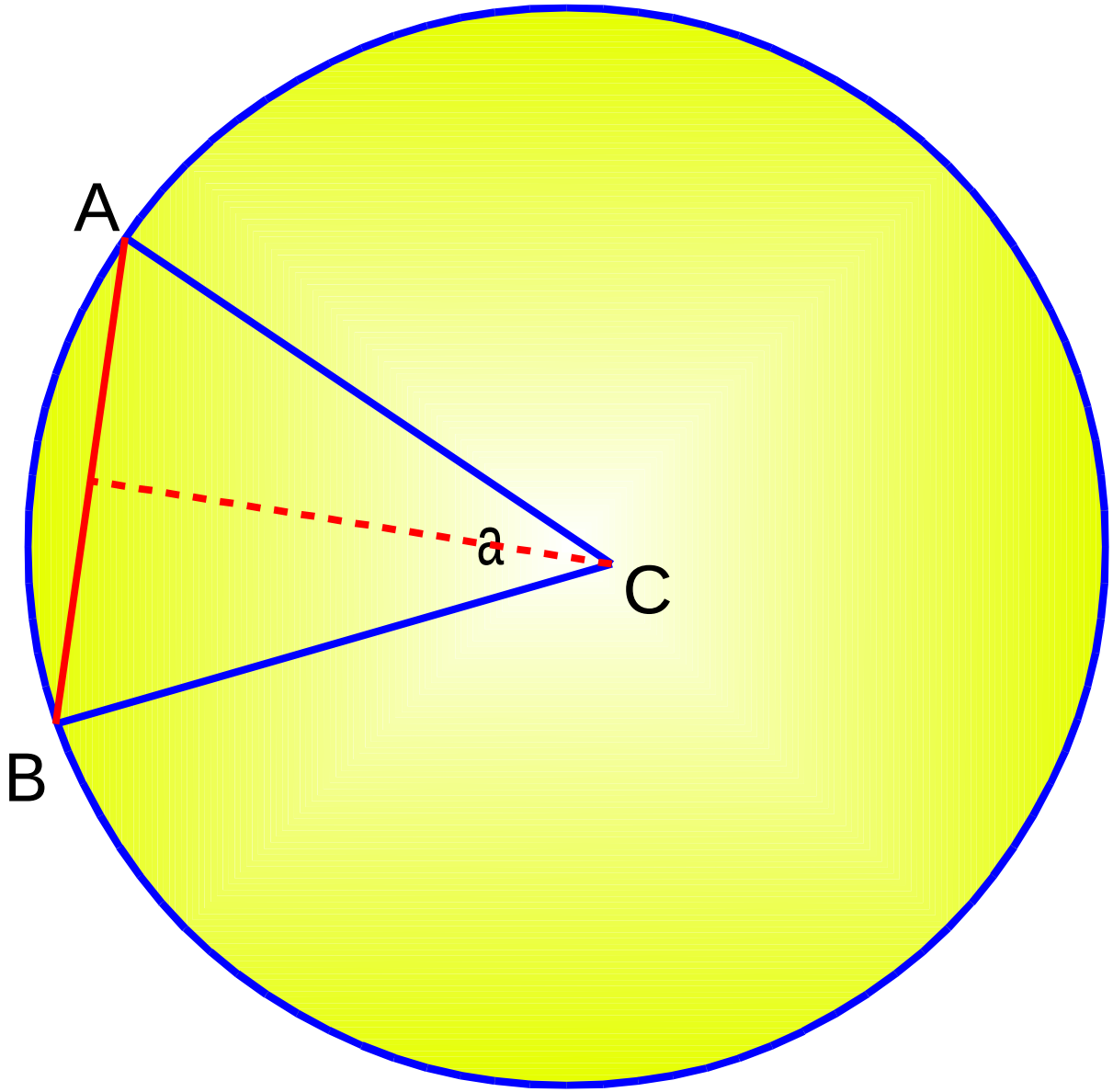
Geocentrismo

Tierra inmóvil

Rotación diurna de la esfera celeste

Tamaños

Trigonometría plana: cuerdas



Crd a = AB

Crd a = 2 sen a/2

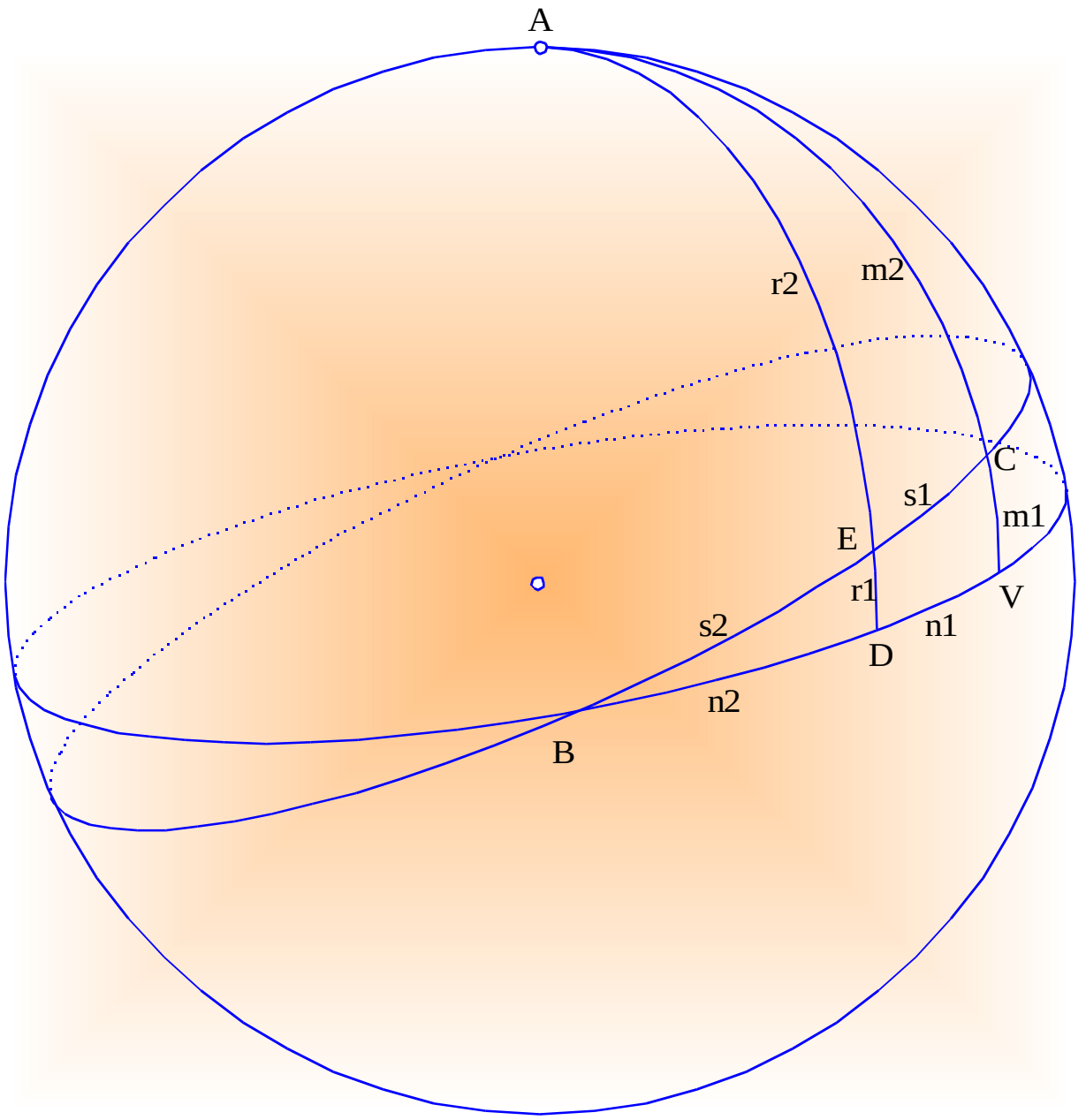
Trigonometría esférica: Teorema de Menelao

$$\frac{(m)}{(m1)} = \frac{(r)}{(r1)} \cdot \frac{(s2)}{(s)}$$

$$\frac{(r2)}{(r1)} = \frac{(m2)}{(m1)} \cdot \frac{(n)}{(n2)}$$

m=m1+m2

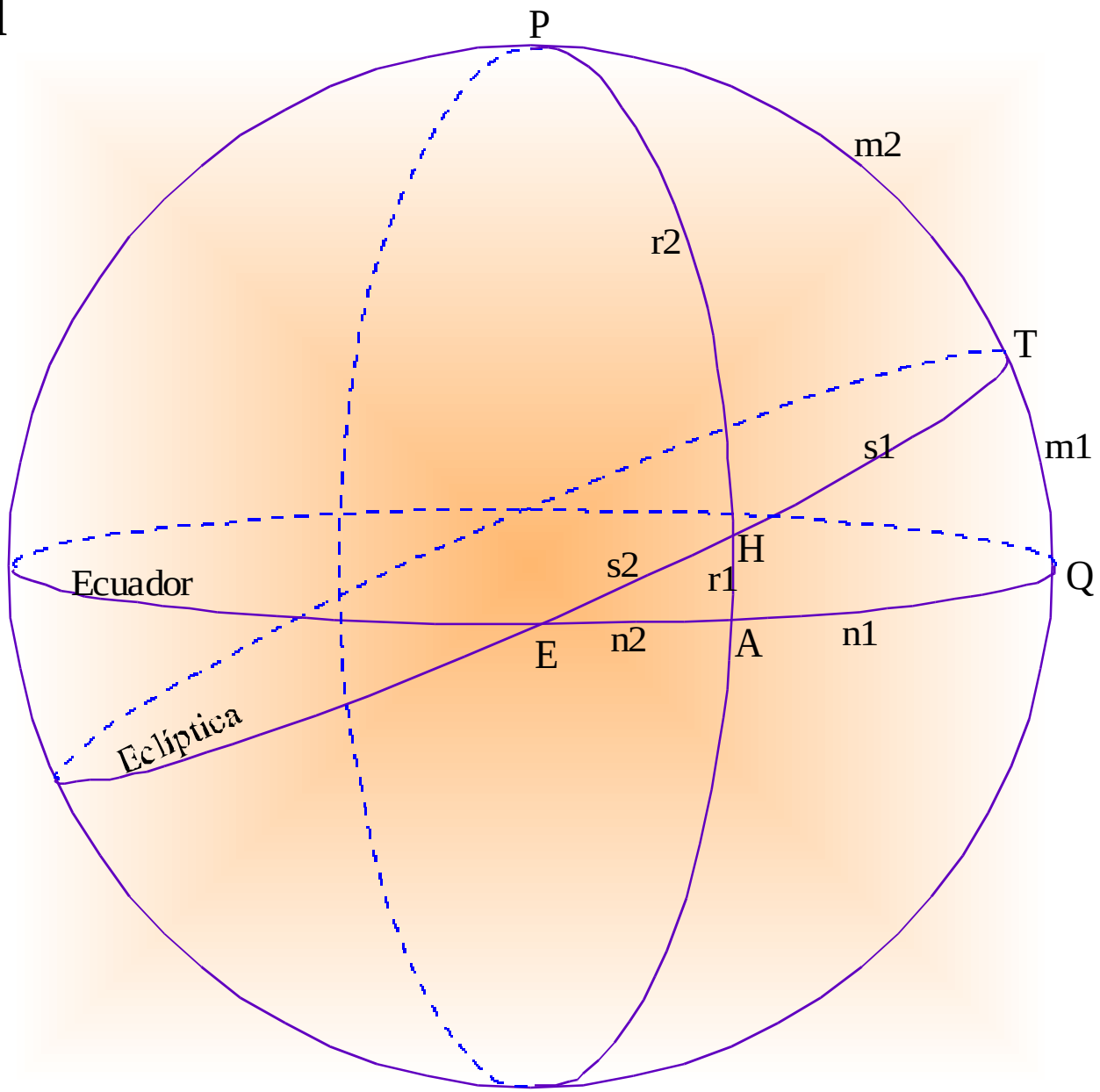
(m)=crd 2m



Astronomía esférica: cálculo de la declinación del sol(H) conociendo su longitud

m1= ε
m2 = 90º-ε
s2 = λ
s1 = 90º – λ
r1 = δ
r = 90º

$$\frac{(m)}{(m1)} = \frac{(r)}{(r1)} \cdot \frac{(s2)}{(s)}$$



Modelos planetarios

Metodología:

- definición de un modelo matemático inicial
- elección de observaciones adecuadas
- determinación de los parámetros (excentricidad, radios, velocidades, …)
- contraste
- retoques, mejoras
- programa de cálculo
- tablas

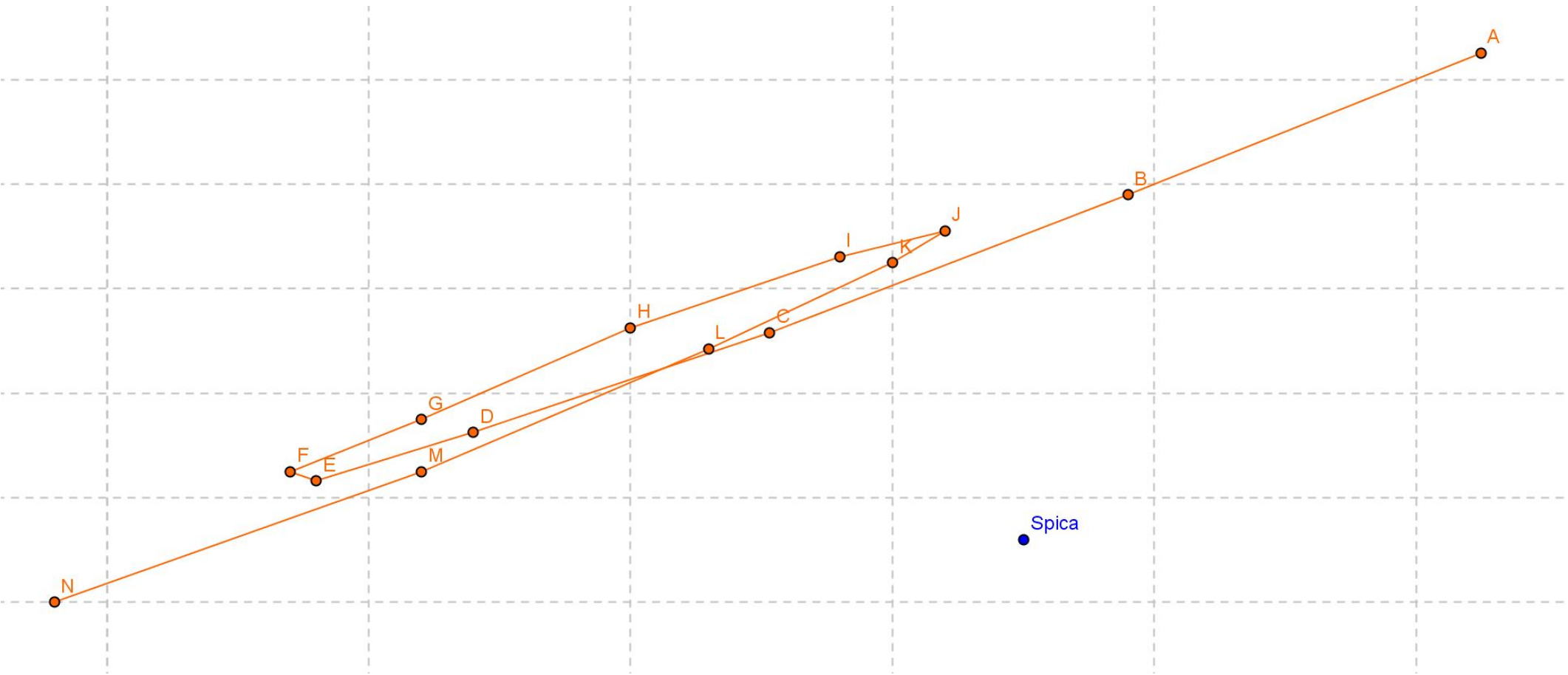
Saturno

Periodo sidéreo T = 29,5 años

Periodo anomalístico T' = 378 días

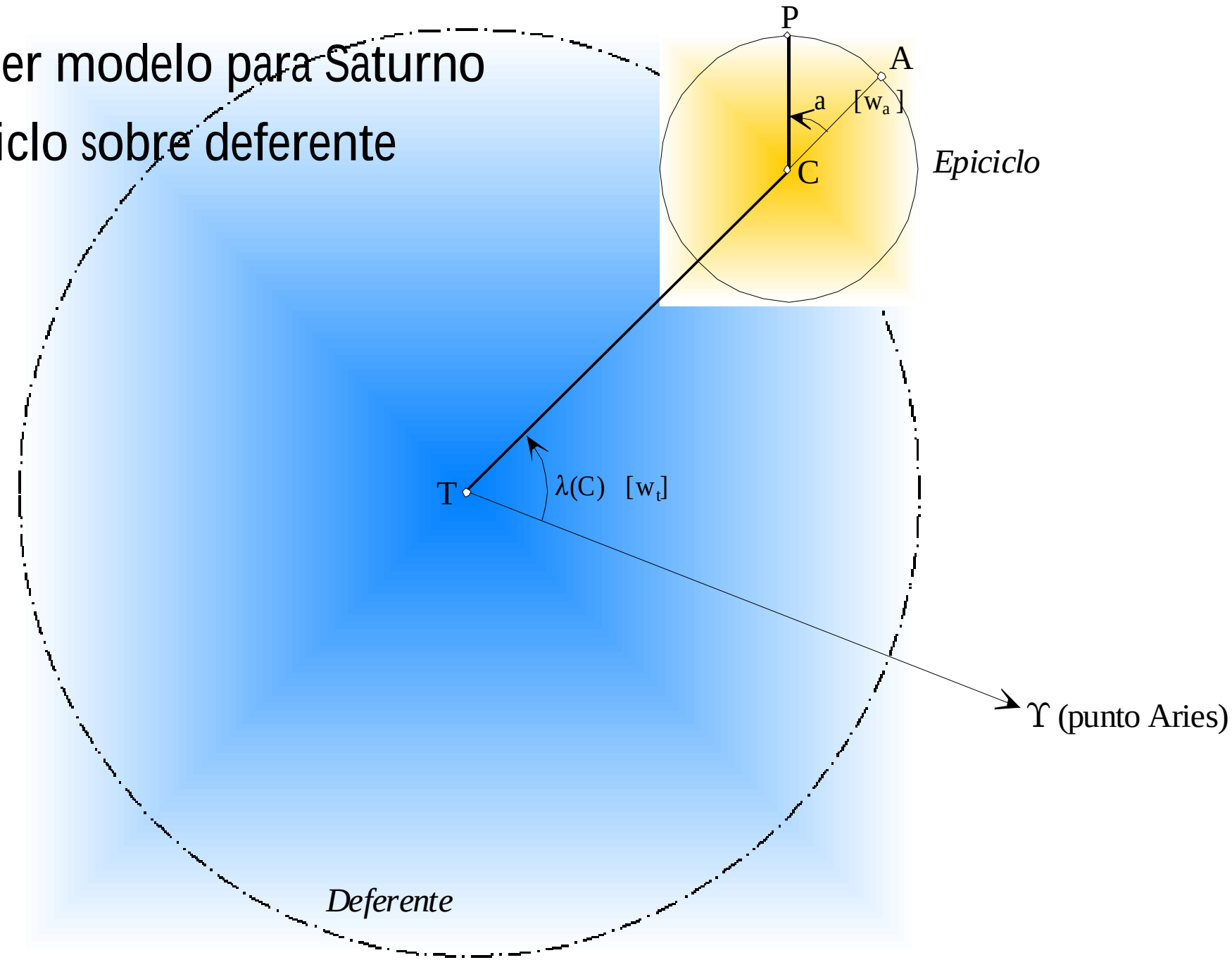
Bucles y cambios de brillo

Movimiento aparente de Saturno (20-9-2011 a 20-10-2012)



Primer modelo para Saturno

Epiciclo sobre deferente



ggb1

Consideraciones:

- Cambios de brillo
- Extraordinaria coincidencia con el Sol
- Todos los bucles serían idénticos

La extraordinaria coincidencia con el Sol

a) todos los centros de los bucles coinciden con oposiciones al Sol

b) T=29,5 años = 59/2 años $\rightarrow$ w = 2/59 w sol

T'=378 días = 59/57 años $\rightarrow$ w' = 57/59 w sol

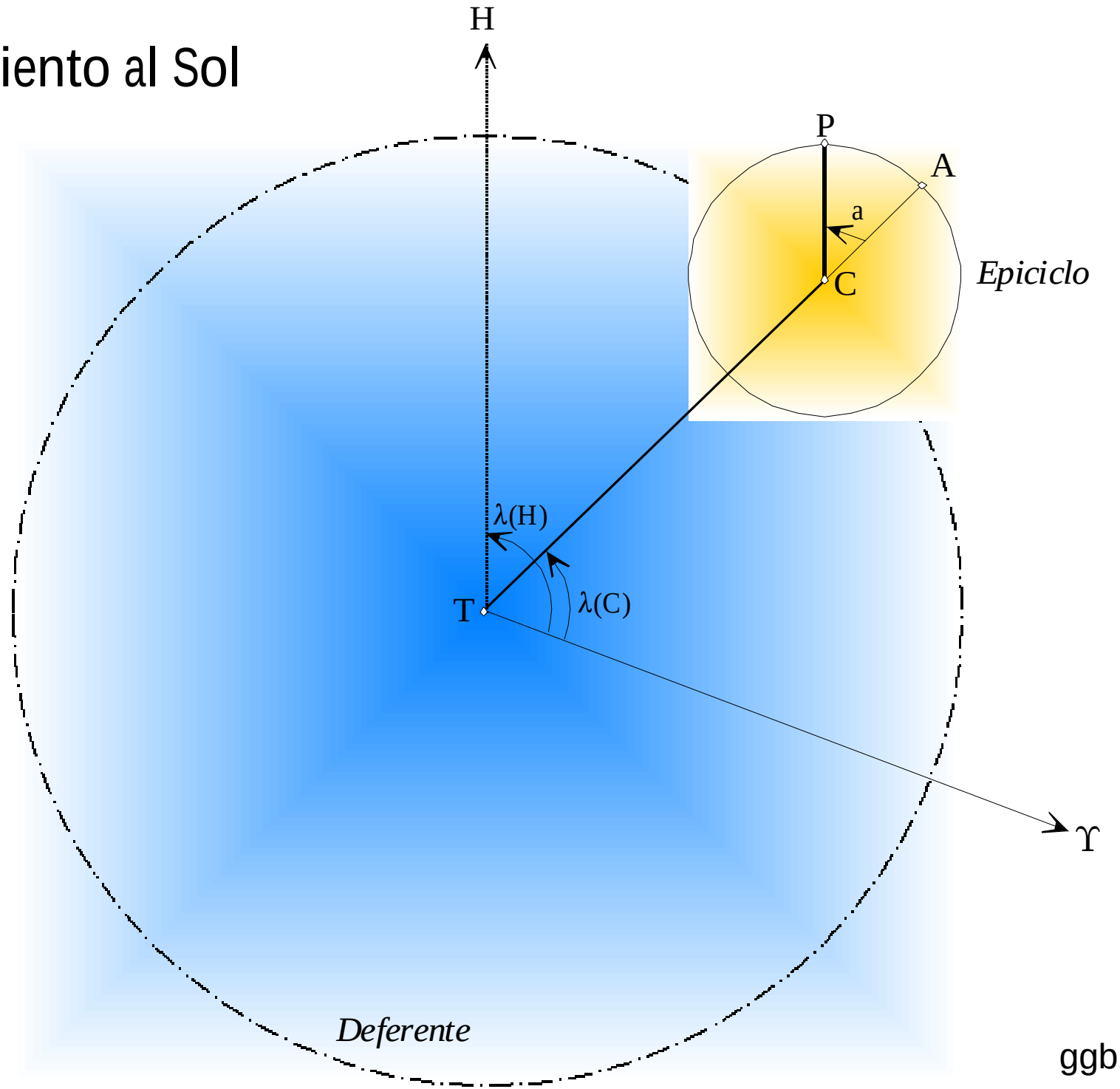
Por tanto w + w' = 2/59 + 57/59 = 1 w sol

También 1/T + 1 /T' = 2/59 + 57/59 = 1

Esto mismo sucede en Marte y Júpiter

Conclusión de Ptolomeo: la línea (el vector) CP debe ser paralelo a la línea TH

Acoplamiento al Sol



ggb2

Acoplamiento al Sol

$CP \parallel TS_m$

$\lambda(S_m) = \lambda(C) + a_m$

$\omega(S_m) = \omega(C) + \omega_a$

$$\frac{360^o}{1año} = \frac{360^o}{T} + \frac{360^o}{T'}$$

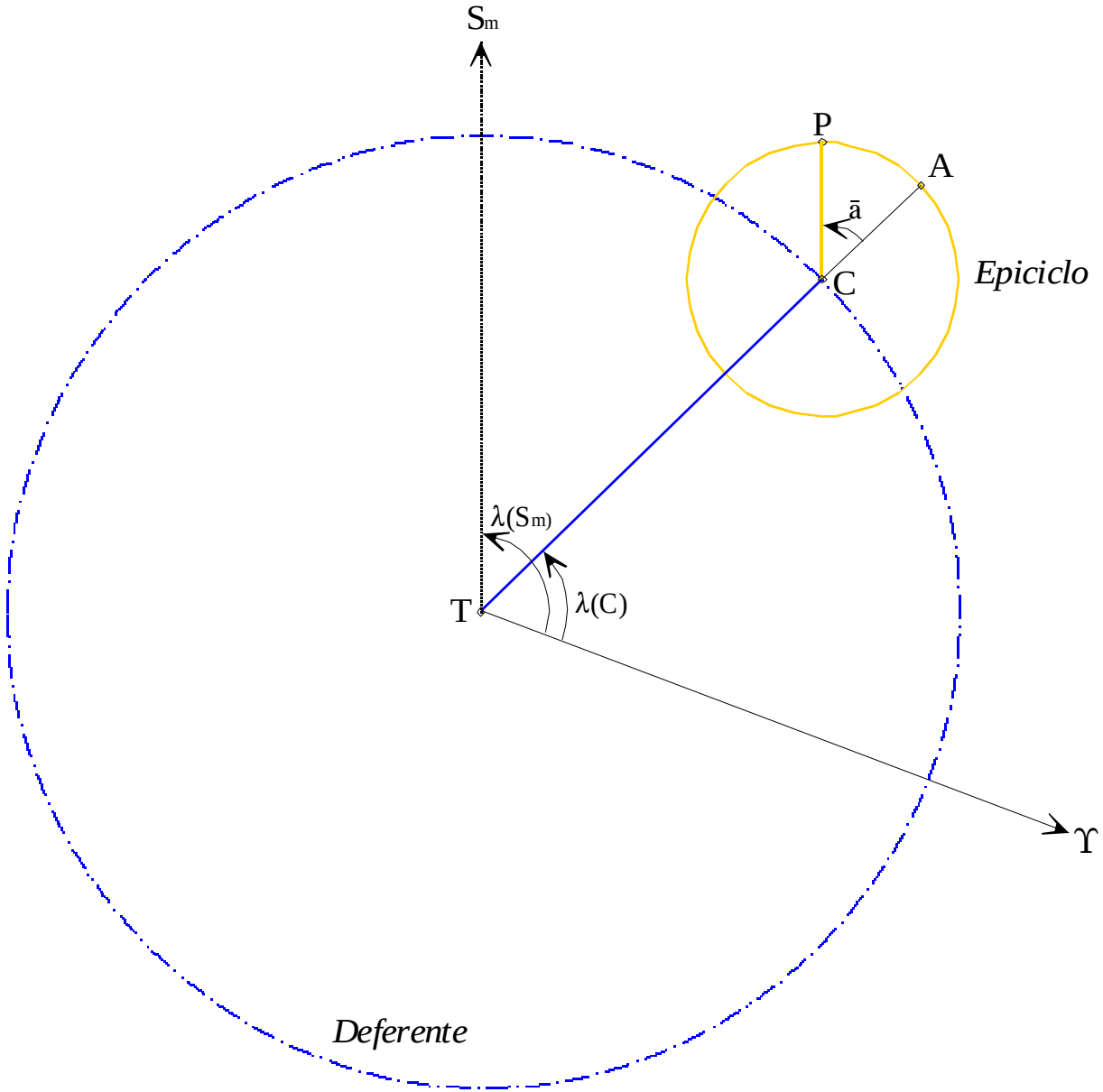
$$1 = \frac{1}{T} + \frac{1}{T'}$$

Para *Saturno*:

59 años = 2 T = 57 T'

T = 59/2 años , T'= 59/57 años

$$\frac{1}{T} + \frac{1}{T'} = \frac{2}{59} + \frac{57}{59} = 1$$

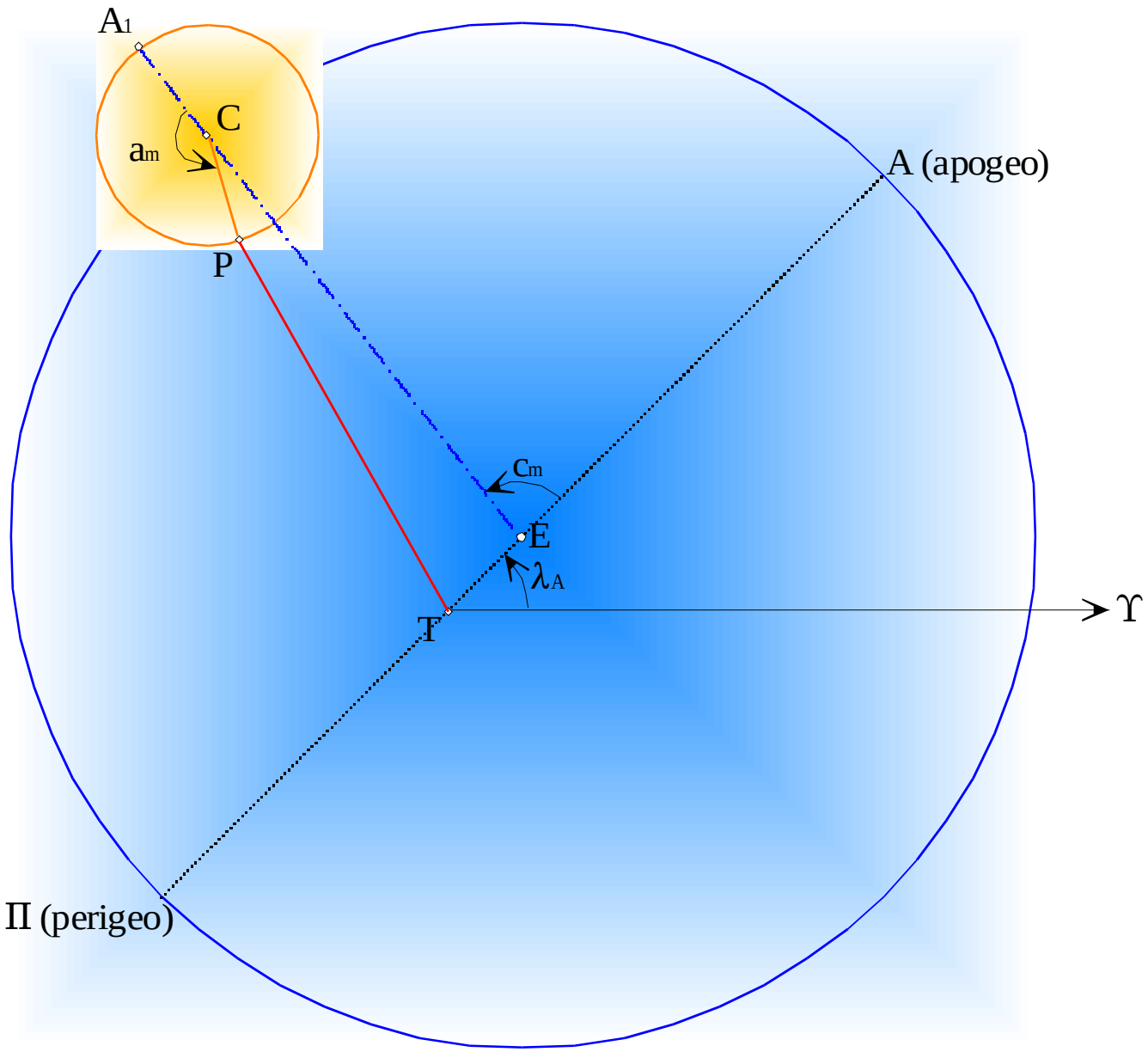


Primera revisión

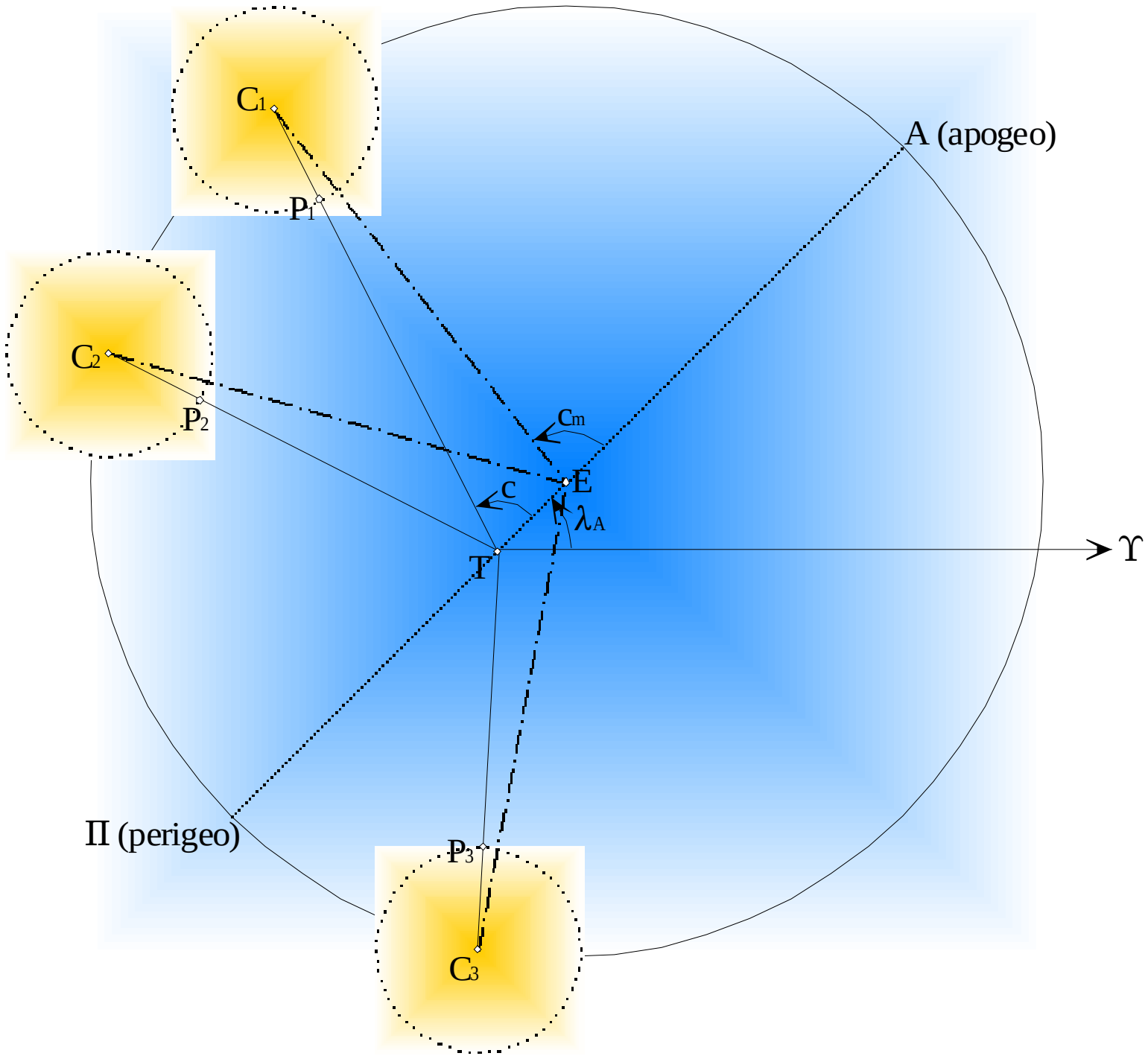
Deferente excéntrico

Determinación de sus parámetros (excentricidad y longitud del apogeo)

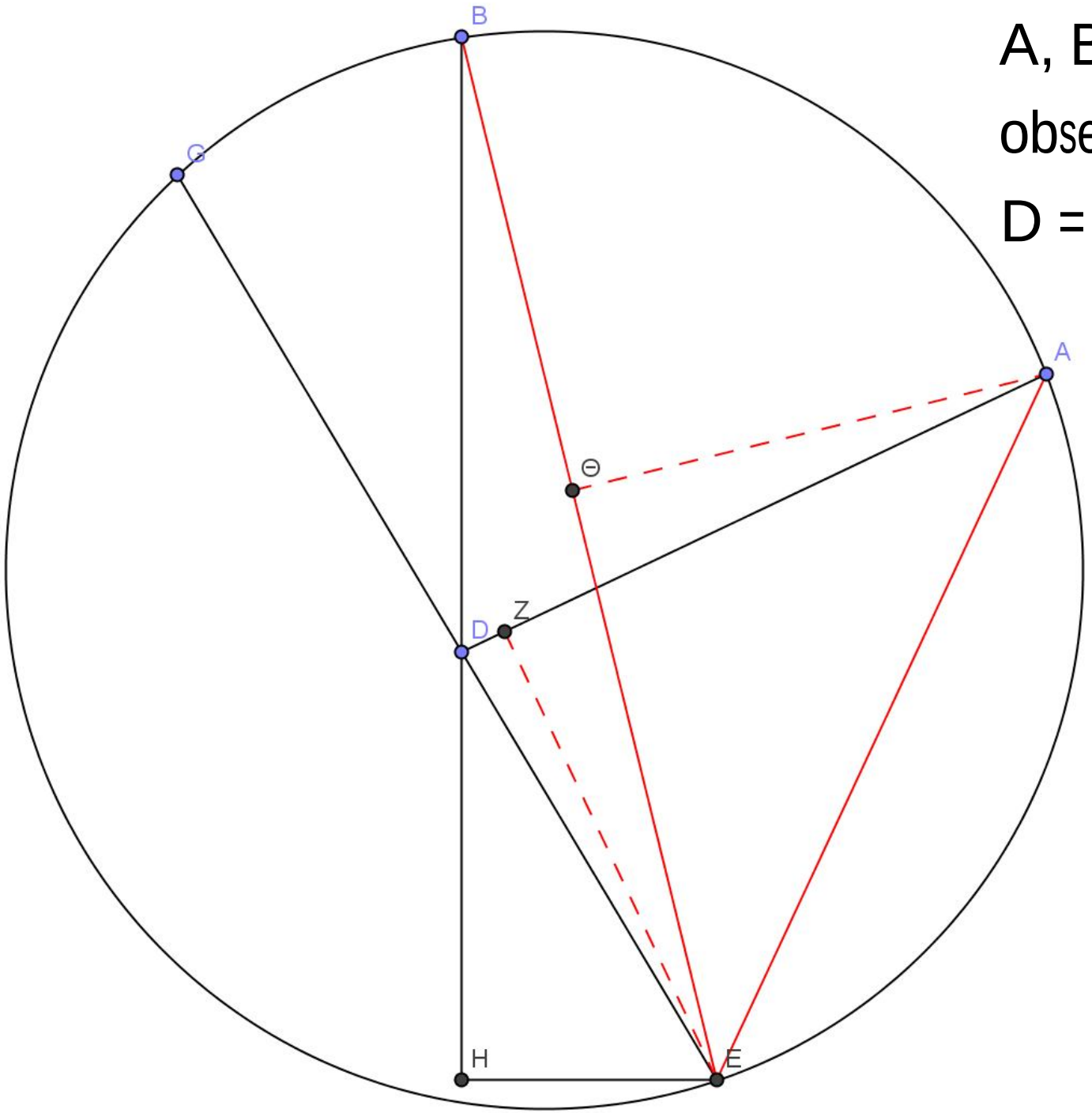
Búsqueda de observaciones adecuadas para ello



ggb3


C1
P1
A (apogeo)
C2
P2
Cm
E
c
λA
T
ϒ
Π (perigeo)
P3
C3

Observación nº	Fecha	Longitud de Saturno
1	26/27 marzo 127 tarde	181;13
2	3 junio 133 16 h	249;40
3	8 julio 136 12 h	284;14



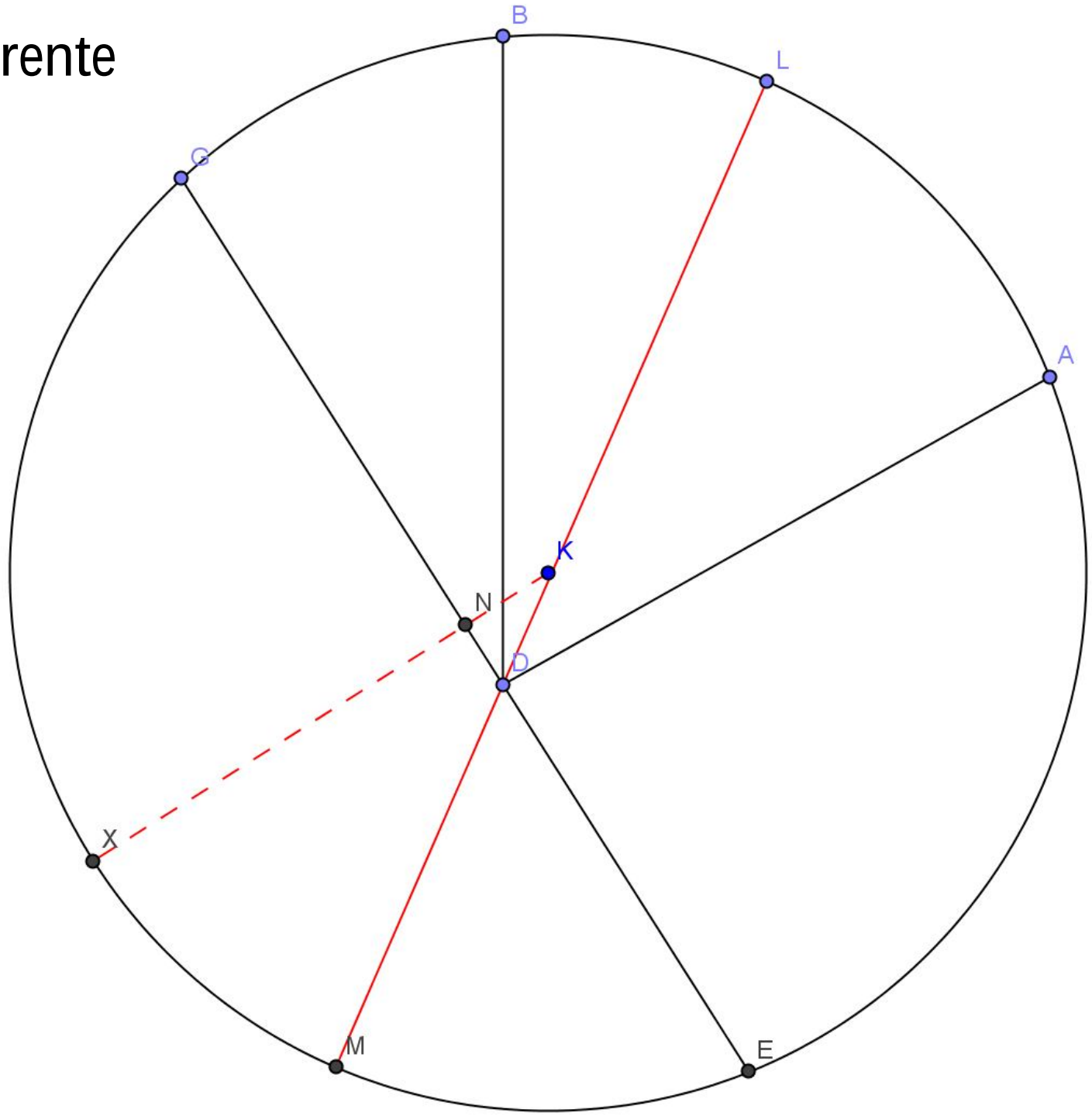
A, B, G posiciones observadas de C

D = Tierra

K = centro del deferente

DK = e = 7;8

L = apogeo



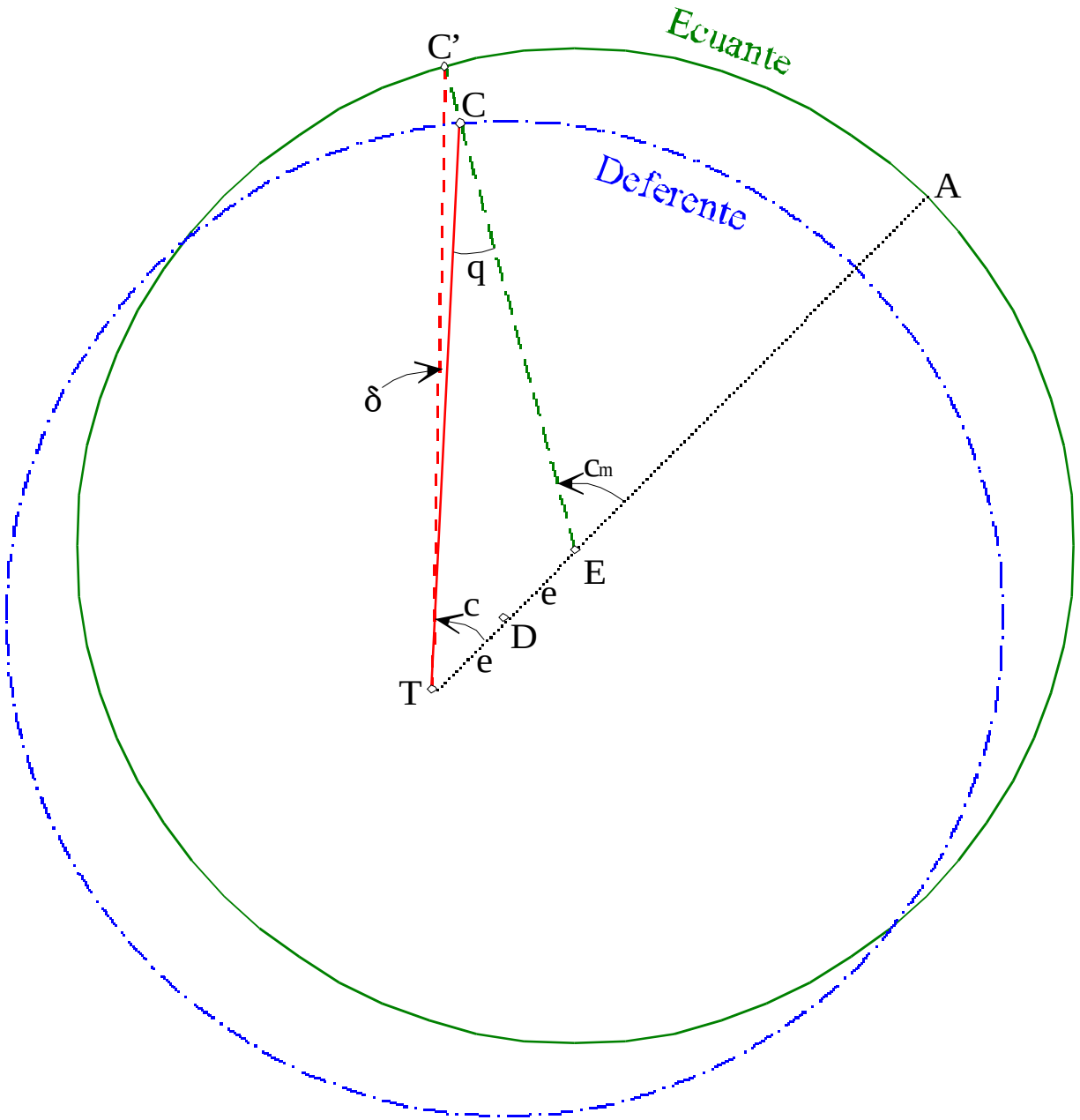
Resultados: e = 7;8 (con R = 60)

¡Incompatible!

Segunda modificación: el ecuante.

¿Por qué?

¿Mantener el ritmo del recorrido zodiacal y reducir la variación en el tamaño de las retrogradaciones?



ggb4

Como el modelo ha cambiado, recalculemos:

Ahora le sale $2\,e = 6;50 \rightarrow e = 3;25$

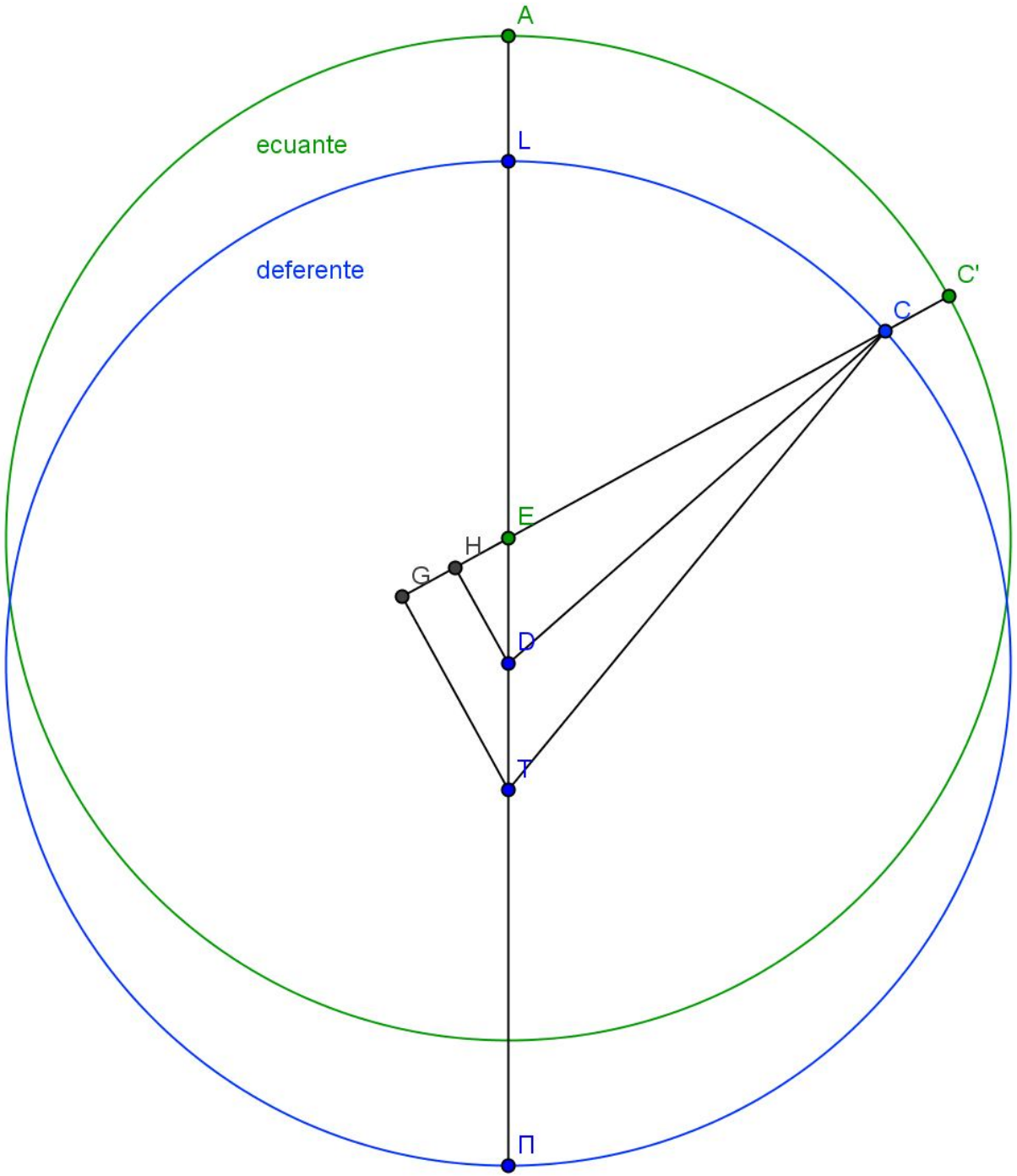
También halla $\lambda_A = 233º$

Ecuación del centro

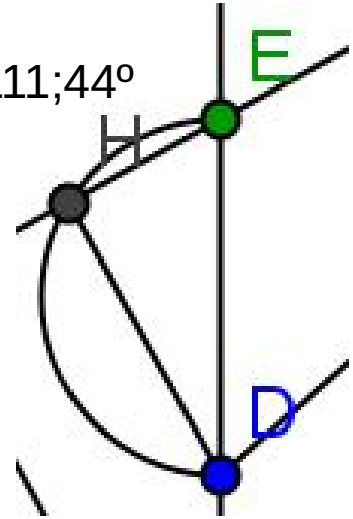
$c + q = cm \rightarrow c = cm - q$

$q = q\,(cm)$

Trigonometría y tablas

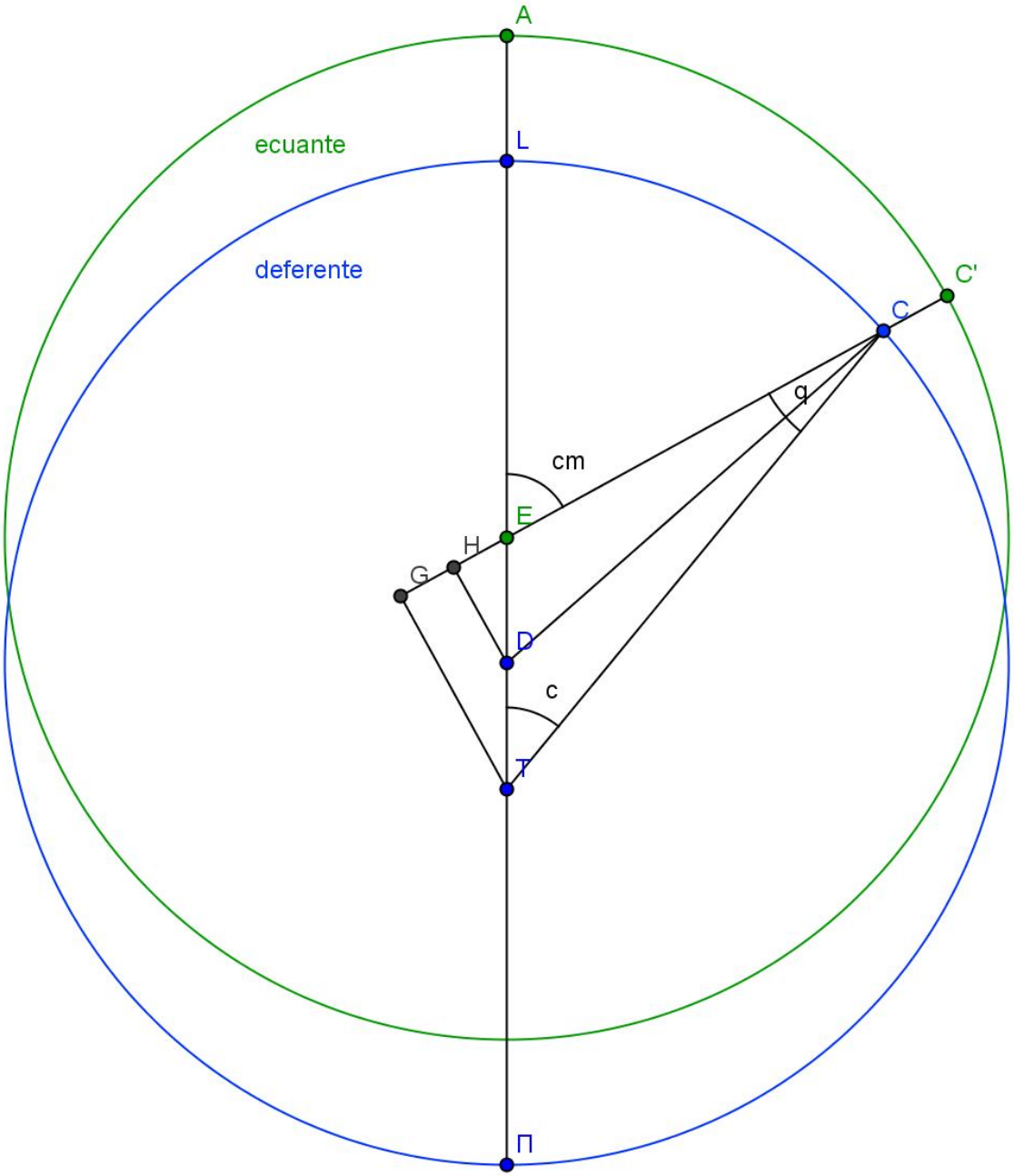


Ecuación del centro
Datos: e = TD = DE = 3;34
R = DC = 60
cm = AEC' = HED = 55;52º



EDH: arco DH = 111;44º
Arco EH = 68;16º
DH = 99;20
EH = 67;20
(DE = 120)
DH = 2;57
EH = 2;0
(DE = 3;34)

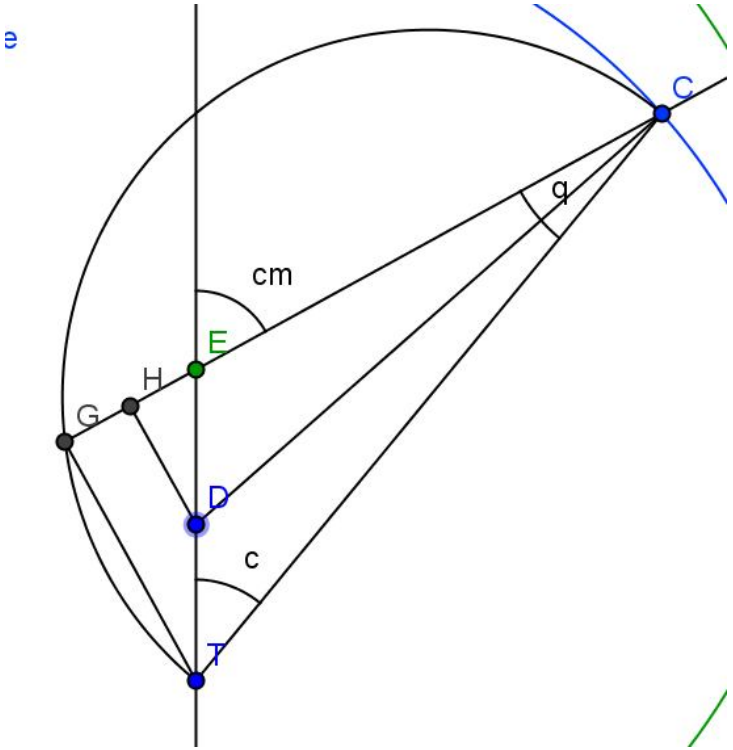
CDH: $HC^2 = DC^2 - DH^2$
HC = 59;56



GTC: GT = 2 DH = 5;54
GC = HC + EH = 61;56
$TC^2 = GC^2 + TG^2$
TC = 62;13

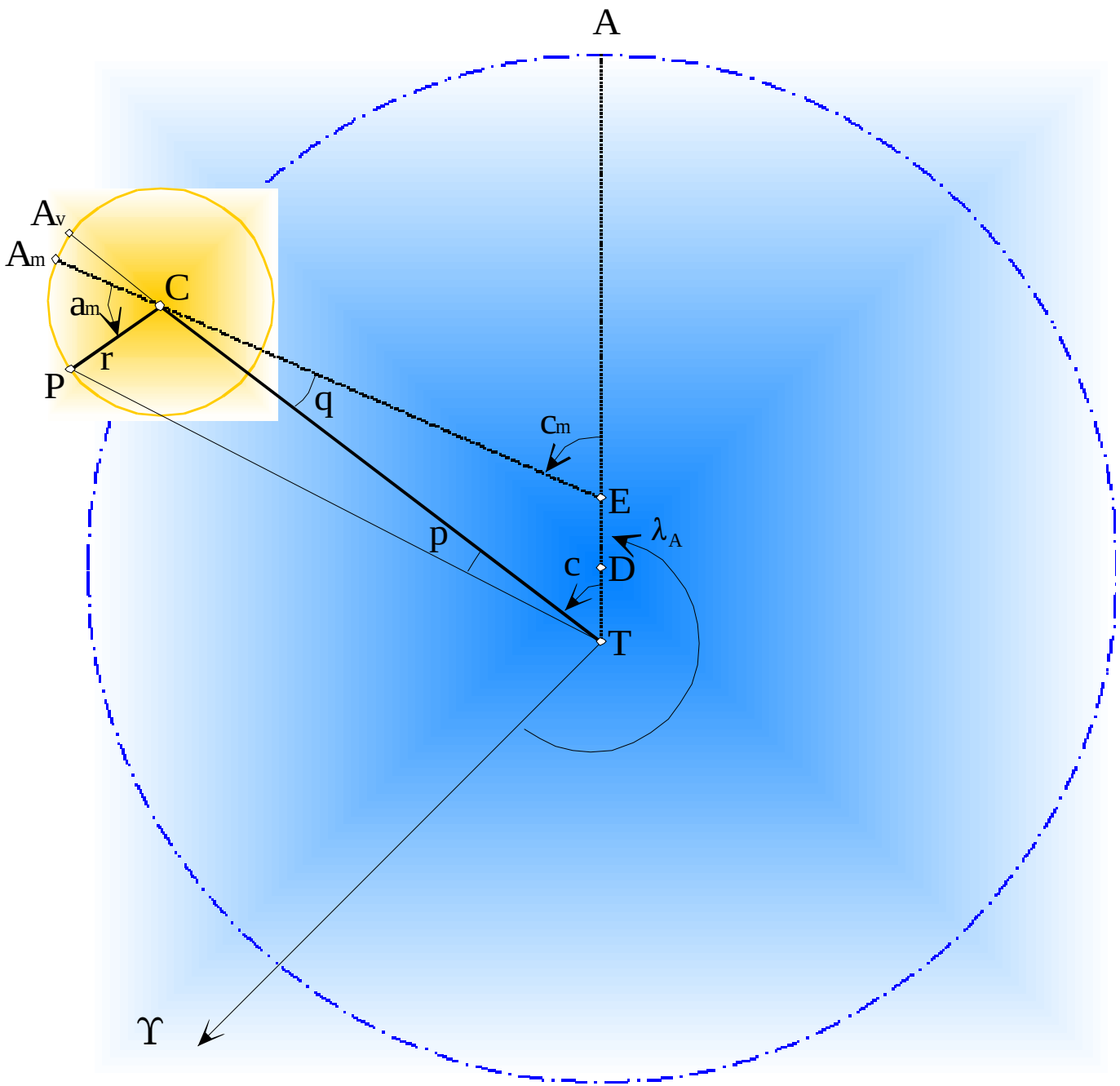
Si TC = 120, GT = 11;21
Arco TG = 10;51º
q = TCG = 10;51^{oo} = 5;25,30º

cm = c + q , c = cm - q



Determinación del radio del epiciclo

Mediante una observación (la nº 4) no correspondiente a una oposición



Observación nº 4

Fecha, λP

Fecha → cm , am

cm → q , c

λP , c → p

p , am , q → r

Resultado: r = 6;30

Cálculo del ángulo p (prosthaphairesis o ecuación del argumento)

p = p (cm , am)

Como am influye mucho más, se dan tres tablas, cada una para un valor fijo de cm y todos los posibles de am.

Utiliza una observación antigua (la nº 5, del 229 aC) para verificar la corrección de los períodos utilizados, adopta como instante inicial t_0 el primer año del reinado de Nabonassar (747 a.C.) y calcula los valores de los ángulos c_m y a_m en ese momento.

los parámetros del modelo son:

1) Movimientos medios: velocidad trópica (del punto C' a lo largo del ecuante) w_t = 360º / 29,5 años y velocidad anomalística (de P sobre el epiciclo) w_a = 360º / 378 días.

2) Del deferente: radio R = 60, excentricidad e = 6;50 y longitud del apogeo λ_A = 233º.

3) Del epiciclo: radio r = 6;30.

4) Valores iniciales de los ángulos: c_m (t_0) y a_m (t_0).

proceso para determinar la longitud de Saturno en cualquier instante t:

1) Calcular el tiempo transcurrido desde el instante inicial: $dt = t - t_0$.

2) Hallar $c_m(t) = c_m(t_0) + w_t \cdot dt$ $\quad$ $a_m(t) = a_m(t_0) + w_a \cdot dt$

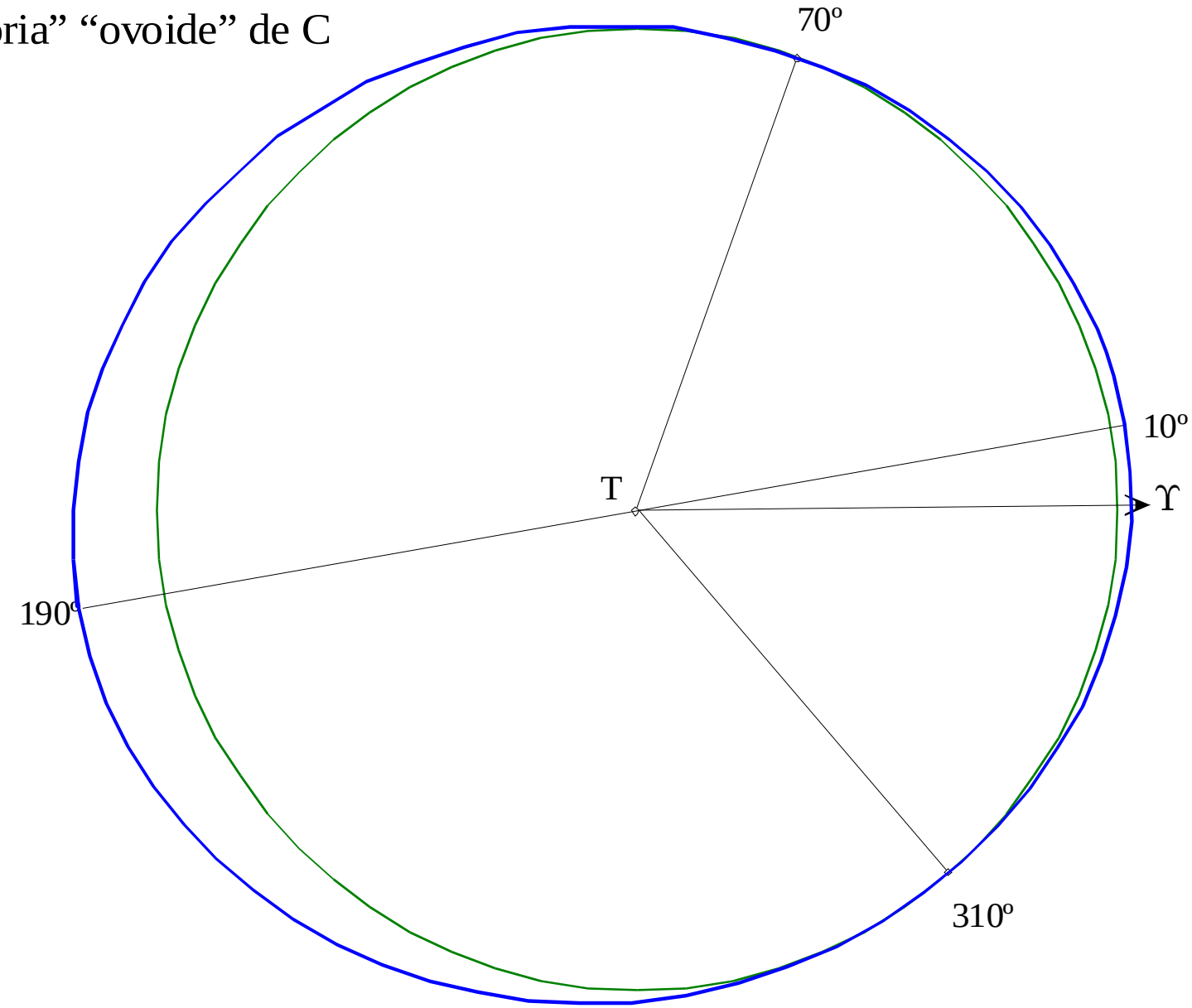
3) ángulos de corrección: la ecuación del centro q
y la prosthaphairesis o ecuación del argumento p.

4) Obtener ¡finalmente! la longitud del planeta:

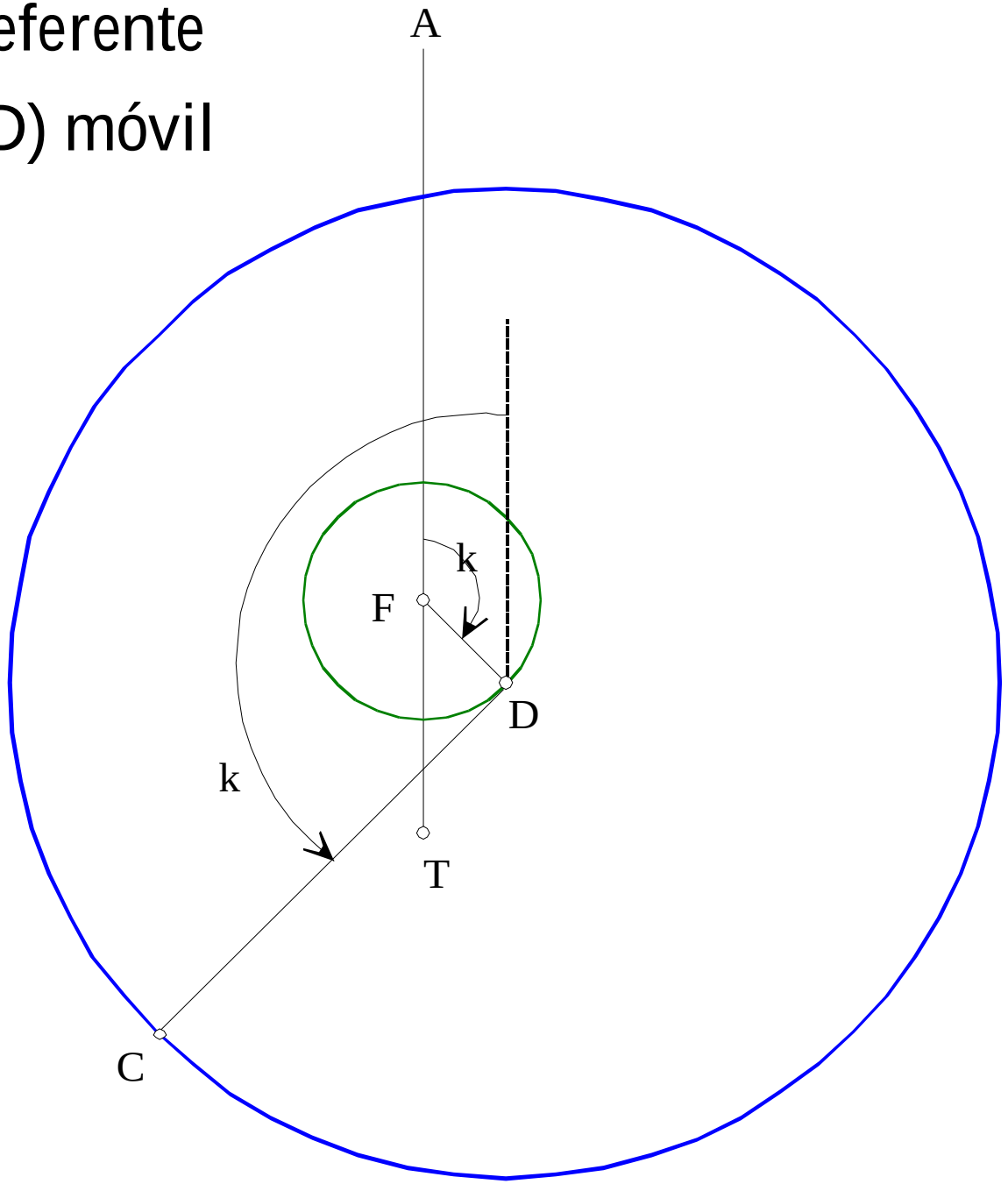
$\lambda(t) = \lambda_A + c_m(t) \pm q \pm p$

Perigeos de Mercurio

“Trayectoria” “ovoide” de C



Mercurio: Deferente con centro (D) móvil



ggb6

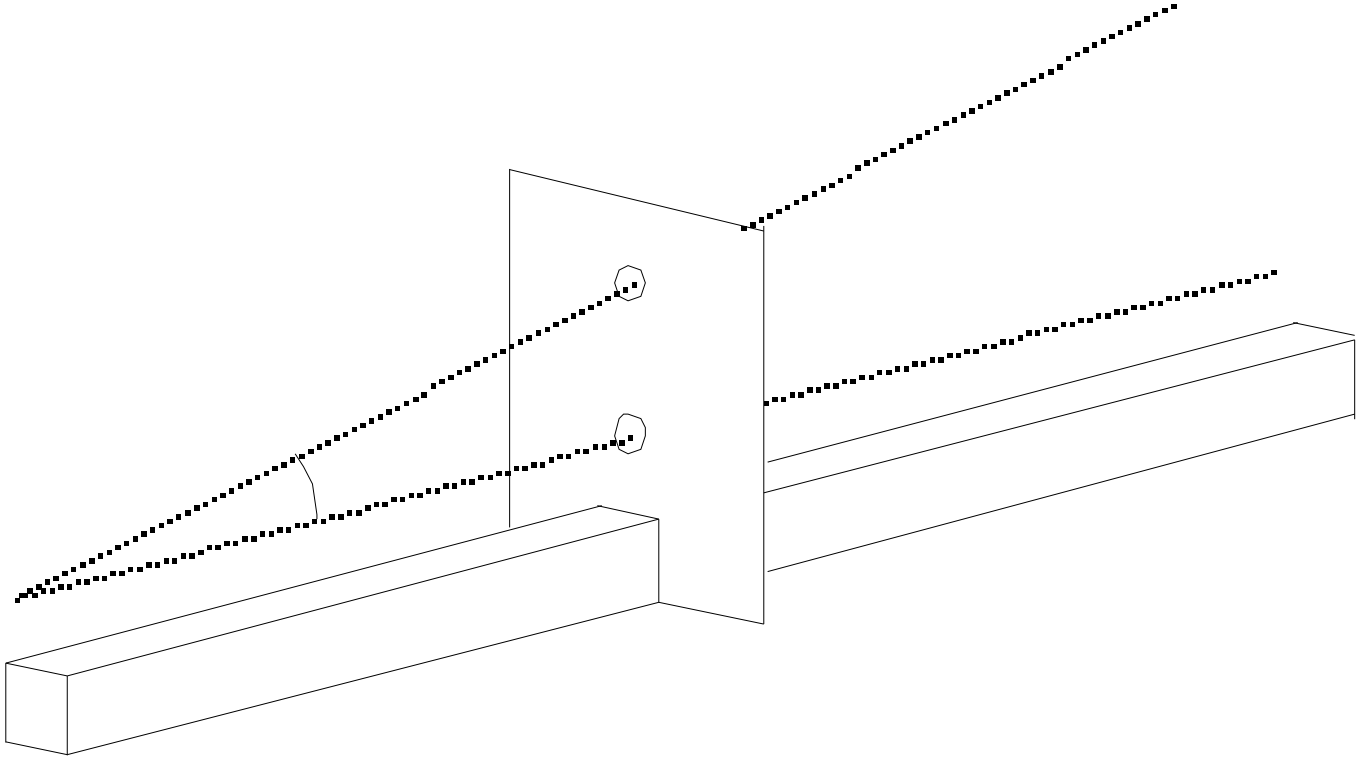
Catálogo estelar

48 constelaciones, 1.022 estrellas

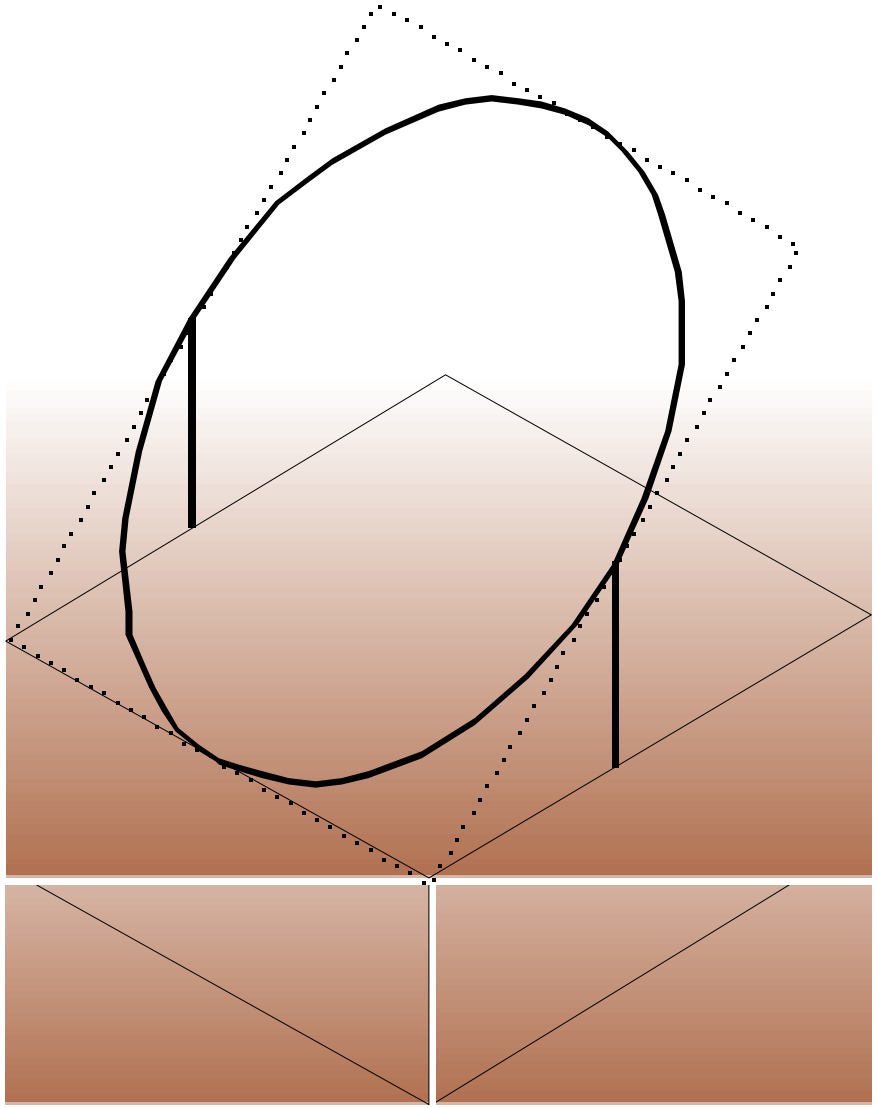
Descripción	Longitud	Latitud	Magnitud
La estrella en la mano izquierda, llamada Espiga	Virgo 26	2 sur	1

Instrumentos

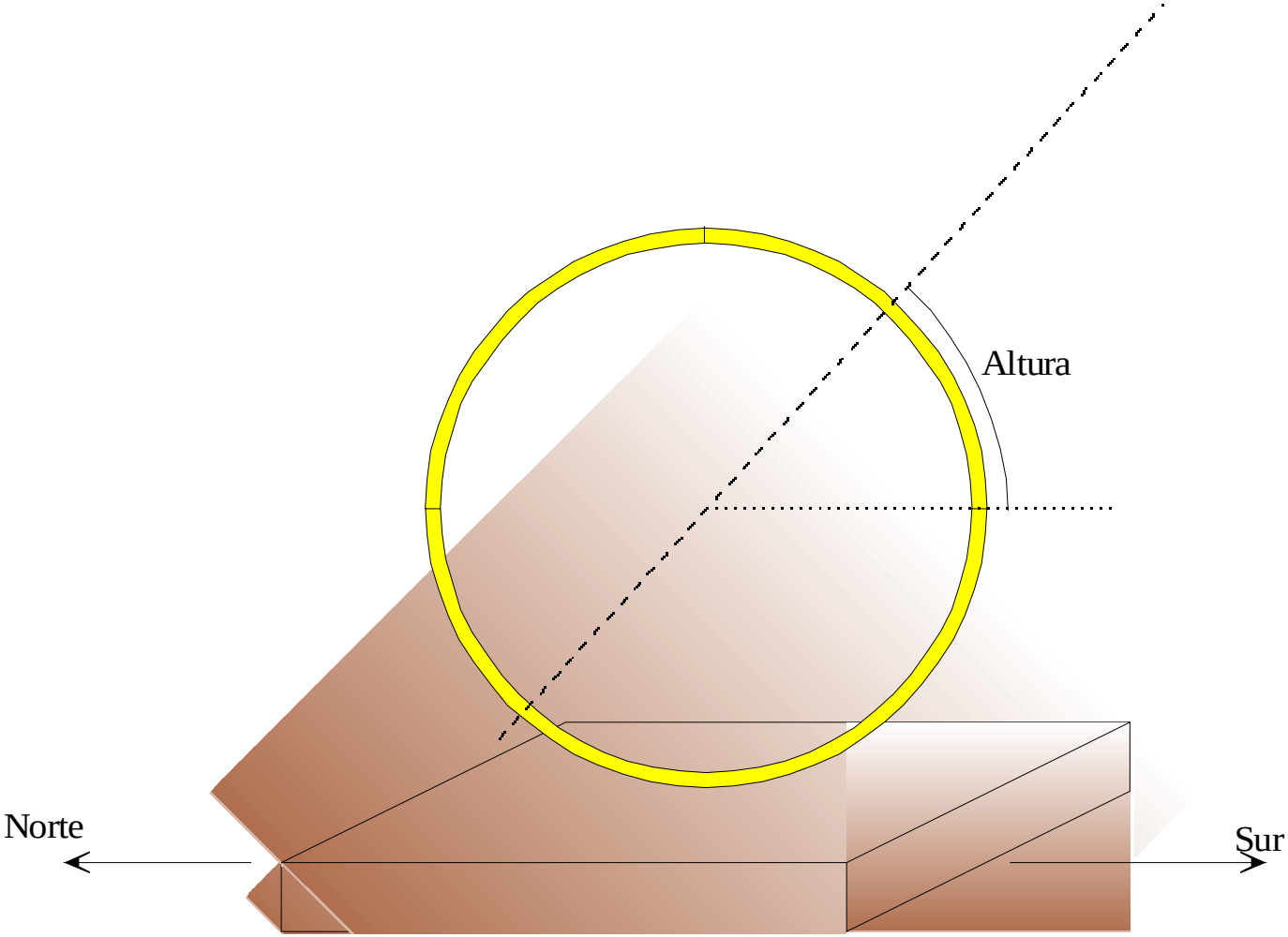
La dioptra



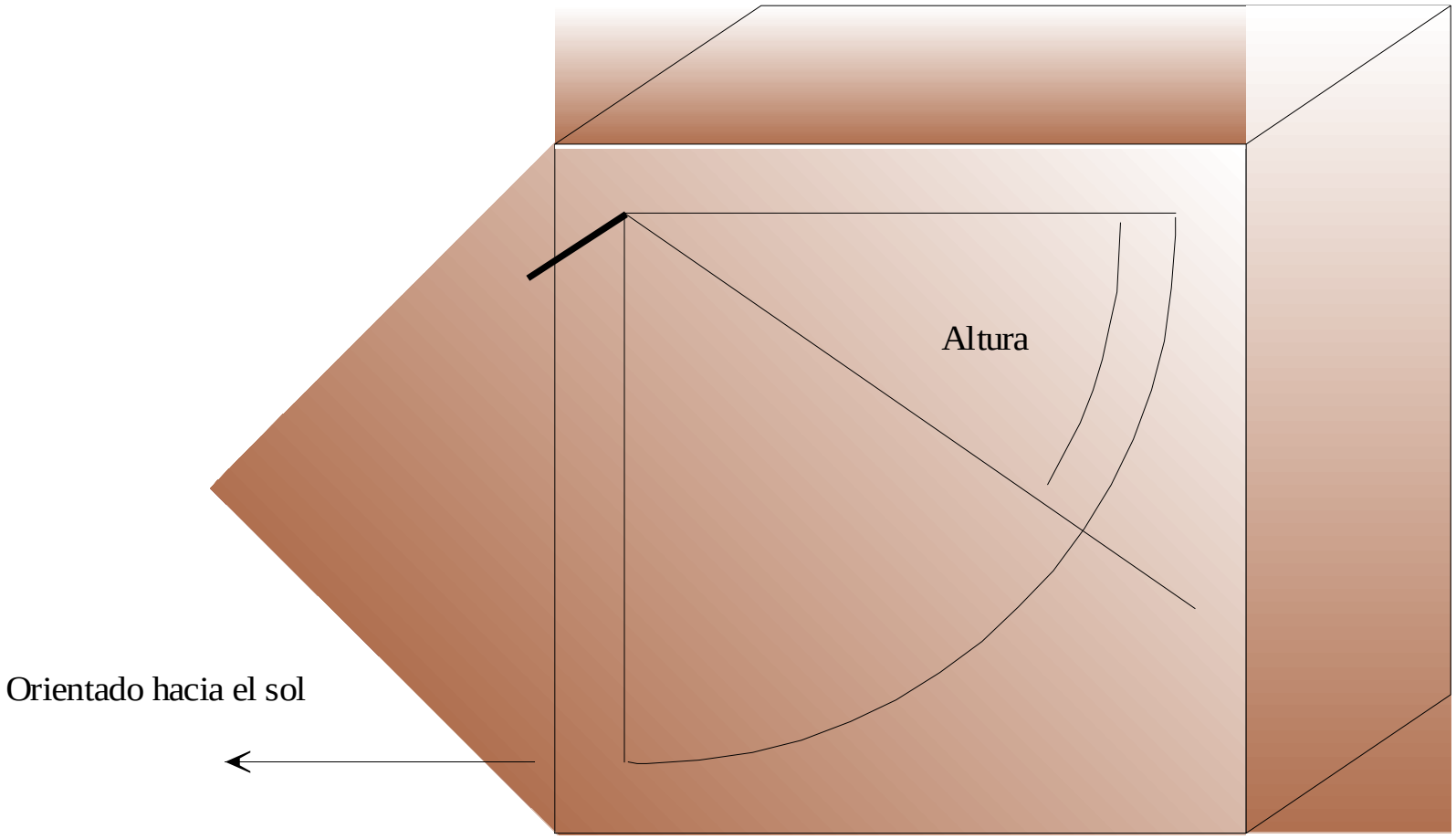
Anillo equinoccial



Anillo meridiano



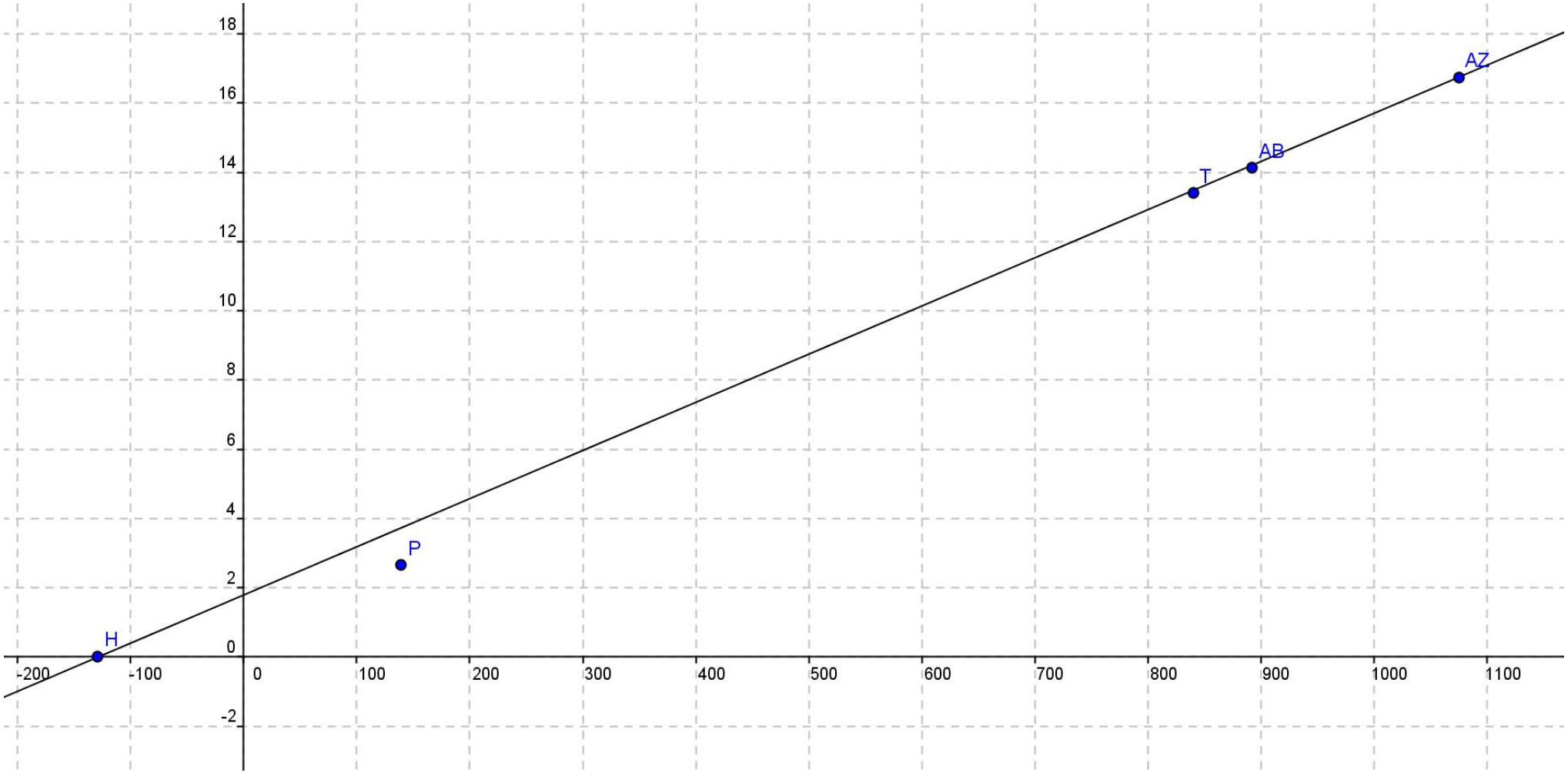
Plincton o zócalo de Ptolomeo



El astrolabio

Regla paraláctica

Tasas de precesión comparadas



La Geografía, edición de Nicholas Germanus, en latín, c. 1470

Balance

El Almagesto: libro de texto superior durante 1.400 años

Comentarios y estudios (griegos, árabes, renacentistas)

Maquinaria (deferente+epiciclo) muy flexible

Uso de las observaciones

Paradigma de la matemática aplicada

Críticas:

- Tamaño aparente de la Luna
- Las coincidencias con el sol
- El punto ecuante
- Errores del cálculo acumulado
- Distancias reales
- No es un sistema
- Observaciones